ein Raum negativer Krümmung, der sich aufbläht und wieder in sich zusammenstürzt.

Wir beenden den Anhang mit der Ableitung der Metrik aus dem Doppelverhältnis. Das Linienelement der metrisch-projektiven Ebene erhalten wir als differentielle Form der Formel (E.4). Liegen A und B dicht beieinander, so ist das Doppelverhältnis nahe Eins, der Logarithmus nahe Null. Zunächst aber bestimmen wir die Schnittpunkte K_m in der Form $K_m = P + \lambda_m Q$. Die Koeffizienten λ_m genügen der Gleichung

$$0 = \langle K_m, \mathcal{A}K_m\rangle = \langle P, \mathcal{A}P\rangle + 2\lambda_m\langle P, \mathcal{A}Q\rangle + \lambda_m^2\langle Q, \mathcal{A}Q\rangle \ .$$

Wir finden also

$$\lambda_1 + \lambda_2 = -2\frac{\langle P, \mathcal{A}Q\rangle}{\langle Q, \mathcal{A}Q\rangle} \ , \quad \lambda_1\lambda_2 = \frac{\langle P, \mathcal{A}P\rangle}{\langle Q, \mathcal{A}Q\rangle} \ ,$$

$$\lambda_1 - \lambda_2 = 2\frac{\sqrt{\langle P, \mathcal{A}Q\rangle^2 - \langle P, \mathcal{A}P\rangle\langle Q, \mathcal{A}Q\rangle}}{\langle Q, \mathcal{A}Q\rangle} \ . \tag{E.9}$$

Nun lösen wir

$$\mathcal{D}[P, Q; K_1, K_2] = \frac{[S, P, K_1]}{[S, P, K_2]}\frac{[S, Q, K_2]}{[S, Q, K_1]} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \ .$$

Ist nun Q dicht bei P, $Q = P + \mathrm{d}P$, so ist λ_1 nur wenig von λ_2 verschieden, $\lambda_2 = \lambda_1 + \mathcal{O}[\mathrm{d}P]$, und wir können

$$d[P, Q] = \frac{1}{2}\ln|\mathcal{D}[P, Q; K_1, K_2]| = \frac{1}{2}\ |\lambda_1 - \lambda_2| + \mathcal{O}_2[\mathrm{d}P] \ .$$

schreiben. Wegen der Vietàschen Wurzelsätze (E.9) ergibt das

$$d[P, Q] = \sqrt{|1 - \frac{\langle P, \mathcal{A}Q\rangle^2}{\langle P, \mathcal{A}P\rangle\langle Q, \mathcal{A}Q\rangle}} + \mathcal{O}_2[\mathrm{d}P] = \sqrt{|1 - \cos^2 d[P, Q]|} + \mathcal{O}_2[\mathrm{d}P] \ .$$

Diesen letzten Ausdruck erhält man direkt bei der Betrachtung der Kugel und deren Verallgemeinerung: Die Distanz zwischen zwei Punkten auf der gewöhnlichen Kugel ist in Strahlkoordinaten durch

$$\cos d[Q, P] = \frac{\langle Q, \mathcal{A}P\rangle}{\sqrt{\langle Q, \mathcal{A}Q\rangle\langle P, \mathcal{A}P\rangle}} \ , \quad \mathcal{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{E.10}$$

gegeben. Auf der Pseudokugel ist $\mathcal{A}$ entsprechend zu verändern. Darüberhinaus ist unter Umständen der Kosinus durch seinen hyperbolischen Partner zu ersetzen. Wir merken an, daß die Formel (E.10), so wie wir sie geschrieben haben, homogen ist:

Q, P und $\mathcal{A}$ können durch Vielfache ersetzt werden, ohne daß sich das Ergebnis verändert.

$$d^2[P,Q] \approx 1 - \cos^2 d[P,Q] = 1 - \frac{\langle P, \mathcal{A}Q\rangle^2}{\langle P, \mathcal{A}P\rangle\langle Q, \mathcal{A}Q\rangle} = \frac{\langle (P \times Q), (\mathcal{A}P \times \mathcal{A}Q)\rangle}{\langle P, \mathcal{A}P\rangle\langle Q, \mathcal{A}Q\rangle} \; .$$

Um die differentielle Form zu finden, schreiben wir $Q = P + \mathrm{d}P$ und beachten, daß $(\mathcal{A}P \times \mathcal{A}Q) \propto \mathcal{B}[P \times Q]$ ist. Wir erhalten

$$\begin{aligned} \mathrm{d}s^2 &= \frac{\langle (P \times \mathrm{d}P), (\mathcal{A}P \times \mathcal{A}\mathrm{d}P)\rangle}{\langle P, \mathcal{A}P\rangle^2} \\ &\propto \frac{\langle (P \times \mathrm{d}P), \mathcal{B}(P \times \mathrm{d}P)\rangle}{\langle P, \mathcal{A}P\rangle\langle P, \mathcal{A}P\rangle} = \frac{B^{mn}\epsilon_{mij}P^i\mathrm{d}P^j\epsilon_{nkl}P^k\mathrm{d}P^l}{(A_{ik}P^iP^k)^2} \; . \end{aligned} \tag{E.11}$$

Ist $P = [x, y, 1]$, $\mathrm{d}P = [\mathrm{d}x, \mathrm{d}y, 0]$, und liegen $\mathcal{B}$ und $\mathcal{A}$ in einer Normalform mit Diagonalelementen $0, 1$ oder -1 vor, so geht dieser Ausdruck in die bekannten Normalformen der Metrik homogener Ebenen über. So erhalten wir für die elliptische Geometrie die Formel

$$\mathcal{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \to \quad \mathrm{d}s^2 = \frac{\mathrm{d}x^2 + \mathrm{d}y^2 + (x\mathrm{d}y - y\mathrm{d}x)^2}{(1 + x^2 + y^2)^2} \; ,$$

für die Lobachevski-Geometrie

$$\mathcal{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \to \quad \mathrm{d}s^2 = \frac{\mathrm{d}x^2 + \mathrm{d}y^2 - (x\mathrm{d}y - y\mathrm{d}x)^2}{(1 - x^2 - y^2)^2} \; ,$$

und für die DeSitter-Geometrie

$$\mathcal{B} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \to \quad \mathrm{d}s^2 = \frac{-\mathrm{d}x^2 + \mathrm{d}y^2 - (x\mathrm{d}y - y\mathrm{d}x)^2}{(1 + x^2 - y^2)^2} \; ,$$

für die Anti-deSitter-Geometrie

$$\mathcal{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \to \quad \mathrm{d}s^2 = \frac{\mathrm{d}x^2 - \mathrm{d}y^2 + (x\mathrm{d}y - y\mathrm{d}x)^2}{(1 + x^2 - y^2)^2} \; .$$

Die anderen Geometrien ergeben die einfacheren Fälle.

Übungsaufgaben

Kapitel 3

1. Zeichnen Sie die Diagramme 3.7 und 3.8 für den total unelastischen Stoß.

2. Zeichnen Sie die Diagramme 3.7 und 3.8 für einen Stoß zweiter Art (S. 75).

3. Korrigieren Sie die Rechnung zum Echolot (Abb. 2.16) für den Fall ideal reflektierter Teilchen.

Kapitel 5

4. Einsteins Konstruktion gleichzeitiger Ereignisse benutzt zwei Lichtsignale zu symmetrischen Positionen (Abb. 4.6). Prüfen Sie, daß der gleichförmige physische Transport von Uhren zu den beiden Ereignissen den gleichen Erfolg hat.

5. Zeigen Sie, daß eine Satz Uhren, der mit verschiedenen Geschwindigkeiten zu einem gegebenen Ereignis startet, die Einsteinsche Gleichzeitigkeit *nicht* definieren kann (Abb. 7.19).

6. Zeichnen Sie das euklidische Analogon zur Zeitdilatation (Abb. 5.11).

7. Zeichnen Sie das Analogon zum Zwillingsparadoxon (Abb. 5.13) in der Euklidischen Geometrie.

8. Zwei gleiche Raketen begegnen sich und fliegen nebeneinander vorbei. Jeder Kommandant hat die Weltlinie des anderen Raketenkopfes berechnet und will die andere mit einem transversalen Geschoß treffen, das am Raketenende gezündet wird, wenn der eigene Kopf das Ende der anderen Rakete passiert. Hat das Erfolg?

9. Jetzt wird das Geschoß am Raketenende auf ein Signal vom Kommandostand an der Raketenspitze hin gezündet, das wieder gegeben wird, wenn dieser das Ende der anderen Rakete passiert. Hat das Erfolg?

10. Zeichnen Sie das Impulsdiagramm der spontanen Emission eines Tachyons ohne Änderung der Ruhmasse des emittierenden Teilchens.

11. Versuchen Sie ein Impulsdiagramms der Emission eines unterlichtschnellen Teilchens zu entwerfen. Warum gelingt das nicht?

12. Zwei Teilchen bewegen sich mit gleicher Geschwindigkeit aufeinander zu. Ihre Energie sei das Zehnfache ihrer Ruhenergie. Wie groß ist die Energie des stoßenden Teilchens im Ruhsystem des anderen?

Kapitel 6

13. Beweisen Sie den Höhensatz für die Minkowski-Spiegelung (Abb. 5.1).

14. Prüfen Sie die Aussage von Abbildung 6.5.

15. Suchen Sie den Beweis, warum der Kreis durch die drei Höhenfußpunkte die Seiten halbiert (Abb. 6.9). Prüfen Sie, daß die gesuchte Eigenschaft von der Gültigkeit des Peripheriewinkelsatzes abhängt.

16. Zeichnen Sie einen Feuerbach-Kreis in der Galilei-Geometrie.

Kapitel 9

17. Konstruieren Sie den Längentransport (Abb. 9.10) in der euklidischen Version und zeigen Sie, daß dort die Verschiebung negativ wird.

18. Wählen Sie ein Dreieck ΔABC und einen absoluten Pol P, der damit der Höhenschnittpunkt des Dreiecks ist. Errichten Sie in P die Senkrechte auf der Verbindungslinien AP und finden Sie den Schnittpunkt mit $a = BC$. Suchen sie die entsprechenden Schnittpunkte für B und C und zeigen Sie, daß die drei Schnittpunkte kollinear sind. Überzeugen Sie sich, daß Sie nach antieuklidischer Regel konstruiert haben und der Sachverhalt dual zum Schnittpunktsatz der Höhen ist.

Anhänge

19. Zeigen Sie, daß die Transformationen, unter denen die Wellengleichung (B.1) invariant bleibt, linear sein müssen.

20. Prüfen Sie Gleichung (C.18) und zeigen Sie, daß diese Abbildungen für Linsen auf gemeinsamer optischer Achse eine Gruppe bilden und deshalb jedes solche optische System, soweit es mit einer Hauptebenenkonstruktion beschrieben werden kann, einer dicken Linse äquivalent ist.

21. Zeigen Sie, daß das ideale Fernrohr (zwei Linsen, die einen Brennpunkt gemeinsam haben) eine sehr dicke Linse mit verschwindender Brechkraft ist (Abb. C.4).

22. Rechnen Sie Gleichung (C.22) nach.

23. Die Vorgabe eines Dreiecks $\Delta A_1A_2A_3$ mit Höhenschnittpunkt A_4 reicht nicht aus, um die Metrik (bzw. den absoluten Kegelschnitt) vollständig zu bestimmen. Zeigen Sie, daß $\mathcal{B}$ die Form $\mathcal{B} = \sum\limits_{N=1}^{4} \lambda_N A_N \circ A_N$ haben muß, also drei effektive Parameter frei wählbar bleiben.

24. Versuchen Sie, den Sehnenschnittpunktsatzes von Abbildung D.9 in der euklidischen Geometrie zu beweisen.

25. Abbildung D.11 erweckt zunächst den Eindruck, als könnte hier ein euklidischer Kreis *unabhängig* von den noch freien drei Parametern des absoluten Kegelschnitts bestimmt werden. Wieso ist das ein Trugschluß?

26. Zeigen Sie, daß der *euklidische* Umkreis eines Dreiecks durch seinen *pseudoeuklidischen* Höhenschnittpunkt geht (Abb. D.12).

27. Die in einer projektiv-metrischen Geometrie bestimmten Mittelpunkte der Kegelschnitte durch ein Viereck $A_1A_2A_3A_4$ liegen auf dem durch entsprechenden Kreis durch die drei Diagonalpunkte des Vierecks, wenn A_4 Schnittpunkt der entsprechenden Höhen des Dreiecks $\Delta A_1 A_2 A_3$ ist.

Literaturverzeichnis

[1] ADELBERGER,E.G. (1994): Modern Tests of the Universality of Free Fall. *Phys.Rev.D* **42**, 3267.

[2] ANTOCI,S. (1997): *Devil's Advocate Online Service* (private Mitteilungen).

[3] ATWATER,H.A. (1974): Non-simultaneity in the aberration of starlight. *Amer.J.Phys.* **42**, 1022-1024.

[4] BACHMANN,F. (1959): *Der Aufbau der Geometrie aus dem Spiegelungsbegriff.* J.Springer Verlag, Heidelberg et al..

[5] BAPTIST,P., SCHRÖDER,E.M. (1988): Merkwürdige Punkte von Dreiecken in euklidischen und minkowskischen Ebenen. *Mitt.Math.Ges.Hamburg* **11**, 591-616.

[6] BÄR,G. (1996): *Eine Einführung in die analytische und konstruktive Geometrie.* B.G.Teubner, Stuttgart.

[7] BARBOUR,J.B. (1989): *Absolute or relative motion? Vol.1: The discovery of dynamics.* University Press, Cambridge.

[8] BARBOUR,J.B. (1999): *The end of time. The next revolution in physics.* Weidenfeld and Nicolson, London, and Oxford University Press, New York.

[9] BARBOUR,J.B., PFISTER,H. EDS. (1995): *Mach's Principle: From Newton's Bucket to Quantum Gravity.* Birkhäuser, Boston.

[10] BENZ,W. (1992): *Geometrische Transformationen.* BI Wissenschaftsverlag Mannheim.

[11] BENZ,W. (1994): *Real Geometries.* BI Wissenschaftsverlag Mannheim.

[12] BEREIS,R. (1964): *Darstellende Geometrie.* Akademie-Verlag, Berlin.

[13] BERGOLD,H. (1974): Relativitätstheorie in der Kollegstufe. *Der Physikunterricht* **1974**, Heft 4.

[14] BEUTELSPACHER,A., ROSENBAUM,U. (1992): *Projektive Geometrie. Von den Grundlagen bis zu den Anwendungen.* Verlag Vieweg, Wiesbaden.

[15] BLASCHKE,W. (1947): *Projektive Geometrie.* Wolfenbüttel.

[16] Bleyer,U., Liebscher,D.-E. (1995): Mach's principle and local causal structure. *in: Mach's principle: From Newton's bucket to quantum cosmology, [9]* , 293-307.

[17] Bondi,H. (1962): *Relativity and common sense.* Heinemann Educ.Books, London.

[18] Born,M. (1920): *Die Relativitätstheorie Einsteins.* J.Springer Verlag, Berlin.

[19] Boughn,S.P. (1989): The case of identically accelerated twins. *Amer.J.Phys.* **57**, 791-799.

[20] Braginski,V.B., Panov,V.I. (1972): Verification of the equivalence of inertial and gravitational mass. *J.Exp.Theor.Phys.* **34**, 463-466.

[21] Buchmann,G. (1975): *Nichteuklidische Elementargeometrie.* B.G.Teubner, Stuttgart.

[22] Cayley,A. (1859): *The collected Papers II.* Cambridge 1889, p.592.

[23] Champeney,D.C., Isaak,G.R., Khan,A.M. (1963): An aether drift experiment based on the Mössbauer effect. *Phys.Lett.* **7**, 241-243.

[24] Chiu,H.Y., Hoffmann,W.F. (eds.) (1964): *Gravitation and Relativity.* W.A.Benjamin, New York.

[25] Coxeter,H.S.M. (1961): *Non-euclidean geometry.* University Press, Toronto.

[26] Coxeter,H.S.M. (1963): *Projective geometry.* Springer Verlag, New York und London.

[27] Coxeter,H.S.M. (1966): *Introduction to geometry.* J.Wiley, New York.

[28] DeVries,Hk. (1926): *Die vierte Dimension.* B.G.Teubner, Leipzig.

[29] Dicke,R.H. (1961): Experimental tests of Mach's principle. *Phys.Rev.Lett.* **7**, 359-360.

[30] Dietze,W.(ed.) (1977): *Limericks.* Edition Leipzig.

[31] Doehlemann,K. (1924): Projektive Geometrie in synthetischer Behandlung. *Sammlung Göschen* **72, 76**, W.deGruyter, Berlin und Leipzig 1922, 1924.

[32] Dray,T. (1990): The twin paradox revisited. *Amer.J.Phys.* **58**, 822-825.

[33] Dürer,A. (1525): *Opera.* Johan Jansen, Arnem.

[34] Ehlers,J., Pirani,F.A.E., Schild,A. (1972): The geometry of free fall and light propagation. *in: O'Raifeartaigh,L.(ed.), Papers in honour of J.L.Synge*, University Press, Oxford, pp.63-84.

[35] Einstein,A. (1905): Zur Elektrodynamik bewegter Körper. *Ann.d. Physik(Lpz.)* **17**, 891-921.

[36] Einstein,A. (1905): Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig? *Ann.d.Phys.(Lpz.)* **18**, 639-641.

[37] EINSTEIN,A. (1911): Über den Einfluß der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichts. *Ann.d.Phys.(Lpz.)* **35**, 898-908.

[38] EINSTEIN,A. (1921): Geometrie und Erfahrung. *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss.*, 1-8.

[39] EINSTEIN,A. (1969): *Über spezielle und allgemeine Relativitätstheorie.* 21.Aufl., Akademie Verlag, Berlin.

[40] EINSTEIN,A. (1969): *Grundzüge der Relativitätstheorie.* 5.Aufl., Akademie Verlag, Berlin.

[41] EÖTVÖS,R., PEKAR,V., FEKETE,E. (1922): Beitrag zum Gesetz der Proportionalität von Trägheit und Gravität. *Ann.d.Phys.(Lpz.)* **68**, 11-66.

[42] ESCHER,M.C. (1984): *Graphik und Zeichnungen.* Moos, München.

[43] FELDMAN,M. (1974): Short bibliography on faster-than-light particles. *Amer.J.Phys.* **42**, 179-182.

[44] FREIESLEBEN,H.-CH. (1926): *Beiträge zum Problem der astronomischen Aberration.* Thomas & Hubert, Weida.

[45] FRENCH,A.P. (1971): *Die Spezielle Relativitätstheorie.* Braunschweig.

[46] GABRIEL,M.P., HAUGAN,M.P. (1990): Testing the Einstein equivalence principle: Atomic clocks and local Lorentz invariance. *Phys.Rev.D* **41**, 2943-2955.

[47] GABRIELSE,G., PHILLIPS,D., QUINT,W., KALINOWSKY,H. (1995): Special relativity and the single antiproton: Fortyfold improved comparison of $\bar{p}$ and p charge-to-mass ratios. *Phys.Rev.Lett.* **74**, 3544-3547.

[48] GALILEI,G. (1632): *Dialogo di Galileo Galilei, Linceo matematico straordinario dello studio di Pisa e filosofo, e matematico primario del Serenissimo Gran Duca di Toscana. Dove nei congressi di quattro giornate si discorre sopra i due massimi sistemi del mondo tolemaico, e copernicano.* Landini, Fiorenza.

[49] GAUSS,C.F., RIEMANN,B., MINKOWSKI,H. (1984): *Gaußsche Flächentheorie, Riemannsche Räume und Minkowski-Welt.* B.G.Teubner, Leipzig.

[50] GELLERT,W., KÜSTNER,H., HELLWICH,M., KÄSTNER,H. (HRSG.) (1986): *Kleine Enzyklopädie Mathematik.* 13.Aufl., Bibl.Inst.Leipzig.

[51] GILDE,W. (1979): *Gespiegelte Welt.* Fachbuchverlag Leipzig.

[52] GSCHWIND,PETER (1986): *Raum, Zeit, Geschwindigkeit.* Math.Astr.Sektion Goetheanum CH-4143 Dornach.

[53] GRIESER,R., MERZ,P., HUBER,G., SCHMIDT,M., SEBASTIAN,V. (1996): Test of special relativity in an ion storage ring. *Hyperfine Interactions* **99**, 135-143.

[54] GÜNTHER,H. (1996): *Gitter – Äther – Relativität.* B.G.Teubner, Stuttgart.

[55] HAUGAN,M.P., WILL.C.M. (1987): Modern tests of Special Relativity. *Physics Today* **40**, 5:69-76.

[56] HAYDEN,H.C. (1995): Special relativity: Problems and alternatives. *Physics Essays* **8**, 366-375.

[57] HEIDMANN,J. (1973): *Introduction à la cosmologie.* Presses universitaires de France, Paris.

[58] HEVELIUS,J. (1673): *Machina coelestis.* Bd.I, Danzig.

[59] HILBERT,D. (1987): *Grundlagen der Geometrie.* 13.Aufl., B.G.Teubner, Stuttgart.

[60] HOLTON,G. (1962): Resource letter Special Relativity Theory. *Amer.J.Phys.* **30**, 462-469.

[61] HUYGENS,CH. (1703): De motu corporum ex percussione. *Opuscula posthuma*, Ostwalds Klassiker Bd. 138, Leipzig 1903.

[62] JAGLOM,I.M. (1969): *Princip otnositelnosti Galileja i neevklidova geometrija.* Izd. Nauka, Moskva.

[63] JAGLOM,I.M., ROSENFELD,B.A. (1971): Nichteuklidische Geometrien. *Enzyklopädie der Elementarmathematik* **5**, Berlin.

[64] JORDAN,P. (1952): *Schwerkraft und Weltall.* Verlag Vieweg, Braunschweig.

[65] KADEŘÁVEK,F. (1992): *Geometrie und Kunst in früherer Zeit.* B.G.Teubner, Stuttgart.

[66] KALUZA,T.V. (1921): Zum Unitätsproblem der Physik. *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss.*, 966-972.

[67] KATZ,C.A., MOORE,C.B., HEWITT,J.N. (1997): Multifrequency Radio Observations of the Gravitational Lens System MG0414+0534 *Astrophys.J.* **475**, 512-518.

[68] KELLER,O.H. (1957): *Analytische Geometrie und lineare Algebra.* Berlin.

[69] KILLING,W. (1985): *Die nichteuklidischen Raumformen in analytischer Behandlung.* B.G.Teubner, Leipzig.

[70] KLEIN,F. (1911): Über die geometrischen Grundlagen der Lorentz-Gruppe. *Phys.ZS* **12**, 17-27.

[71] KLEIN,F. (1919): Bemerkungen über die Beziehungen des deSitterschen Koordinatensystems B zu der allgemeinen Welt konstanter Krümmung. *Proc.Amsterdam* **21**, 614-615.

[72] KLEIN,F. (1926): *Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19.Jahrhundert I..* J.Springer, Berlin, S.77-82, 115-155.

[73] KLEIN,F. (1928): *Vorlesungen über nichteuklidische Geometrie.* J.Springer, Berlin.

[74] KLEIN,F. (1974): Das Erlanger Programm. *Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften* **253**, Wiederabdruck, Geest und Portig, Leipzig.

[75] KLEIN,O. (1926): Quantentheorie und fünfdimensionale Relativitätstheorie. *Z.Physik* **37**, 895-906.

[76] KLOTZEK,B., QUAISSER,E. (1978): Nichteuklidische Geometrie. *Mathematik f.Lehrer* **17**, Berlin.

[77] KLOTZEK,B. (1971): *Geometrie*. Berlin.

[78] KNEIB,J.-P., ELLIS,R.S., SMAIL,I., COUCH,W.J., SHARPLES,R.M. (1996): Hubble Space Telescope observations of the lensing cluster Abell 2218. *Astrophys.J.* **471**, 643-656.

[79] KRAEMER,A. (1977): *Relativitätstheorie, Materialien für die Sekundarstufe II Physik*. Hermann Schroeder Verlag, Hannover.

[80] LAGRANGE,P.L.S. (1797): *Théorie des fonctions analytiques*. Paris, Impr.de la République.

[81] LAMOREAUX,S.K., JACOBS,J.P., HECKEL,B.R., RAAB,F.J., FORTSON,E.N. (1986): New limits on spatial anisotropy from optically pumped Hg^{201} and Hg^{199}. *Phys.Rev.Lett.* **57**, 3125-3135.

[82] LANCZOS,C. (1963): Undulatory Riemannian spaces. *J.Math.Phys.* **4**, 951-959.

[83] LANDAU,L.D., RUMER,JU.B. (1962): *Was ist die Relativitätstheorie?*. Akad.Verlagsges. Geest & Portig, Leipzig.

[84] LANGE,L. (1886): *Die geschichtliche Entwicklung des Bewegungsbegriffs und ihr voraussichtliches Endergebnis. Ein Beitrag zur historischen Kritik der mechanischen Prinzipien*. W.Engelmann, Leipzig.

[85] LIEBSCHER,D.-E., YOURGRAU,W. (1979): Classical spontaneous breakdown of symmetry and the induction of inertia. *Ann.d.Phys.(Lpz.)* **36**, 20-24.

[86] LIEBSCHER,D.-E. (1991): *Relativitätstheorie mit Zirkel und Lineal*. 2.Aufl., Akademie Verlag Berlin.

[87] LIEBSCHER,D.-E. (1994): *Kosmologie*. J.A.Barth, Heidelberg.

[88] LIEBSCHER,D.-E., BROSCHE,P. (1998): Relativität und Aberration. *Astron.Nachr.* **319**, 309-318.

[89] LIEBSCHER,D.-E. (1999): Mit dem Kompasswagen über den Globus. *Math.Naturw.Unterricht* **52**, Heft 3.

[90] MARZKE,R.F., WHEELER,J.A. (1964): Gravitation as geometry - I: The geometrodynamical standard meter. *in: Gravitation and Relativity [24]*, 40-64.

[91] MELCHER,H. (1979): *Albert Einstein wider Vorurteile und Denkgewohnheiten*. Akademie-Verlag Berlin.

[92] MERCIER,A. (1975): *GRG Journal* **5**, 513.

[93] MERMIN,N.D. (1983): Relativistic addition of velocities directly from the constancy of the velocity of light. *Amer.J.Phys.* **51**, 1130-1131.

[94] Misner,C.W., Thorne,K.S., J.A.Wheeler (1971): *Gravitation.* W.H.Freeman, San Francisco.

[95] Moore,T.A. (1996): *A Travellers Guide to Space-Time.* McGraw-Hill, New York.

[96] Mroczkowski,J. (1986): *Zastosowanie metod geometrii wykreślnej w szczególnej teorii względności.* Wyd.Politechniki Wrocławskiej, Wrocław.

[97] Palmer,R.B., Radojicic,D., Rau,R.R., Richardson,C., Samios,N.P., Skillicorn,I.O., Leitner,J. (1968): Precision measurement of the Ω^- and Ξ^o masses. *Phys.Lett. B* **26**, 323-326.

[98] Pareigis,B. (1990): *Analytische und projektive Geometrie für die Computer-Graphik.* B.G.Teubner, Stuttgart.

[99] Poincaré,H. (1908): *Science et méthode.* Flammarion, Paris.

[100] Quaisser,E., Sprengel,H.J. (1981): *Räumliche Geometrie.* Dt.Verlag d.Wissenschaften Leipzig.

[101] Quaisser,E. (1971): Metrische Relationen in affinen Ebenen. *Math.Nachr.* **48**, 1-31.

[102] Quaisser,E. (1983): *Bewegungen in der Ebene und im Raum.* Dt.V.d.Wissenschaften, Berlin.

[103] Quaisser,E. (1994): *Diskrete Geometrie.* Spektrum Akademischer Verlag Heidelberg et aliud.

[104] Reichardt,H. (1985): *Gauß und die Anfänge der nichteuklidische Geometrie. Mit Originalarbeiten von J.Bolyai, N.I.Lobatschewski, F.Klein.* B.G.Teubner, Leipzig.

[105] Rekveld,J. (1967): *Relativität: Physikunterricht heute.* Diesterweg Verlag Frankfurt.

[106] Resnick,R. (1976): *Einführung in die Spezielle Relativitätstheorie.* Klett-Verlag Stuttgart.

[107] Rohrlich,F (1990): An elementary derivation of $E = mc^2$. *Amer.J.Phys.* **58**, 348-349.

[108] Roll,P.G., Krotkov,R., Dicke,R.H. (1964): The equivalence of inertial and passive gravitational mass. *Ann.of Phys.(NY)* **26**, 442-517.

[109] Ruder,H., Ruder,M. (1993): *Die spezielle Relativitätstheorie.* Vieweg-Verlag Braunschweig.

[110] Russo,L. (1996): *La rivoluzione dimenticata.* Feltrinelli, Milano, pp.79–86.

[111] Salmon,G. (1855): *A treatise on Conic Sections.* 3.ed., Longman, Brown, Green and Longmans, London.

[112] SANTANDER,M. (1992): The chinese south-seeking chariot: A simple mechanical device for visualizing curvature and parallel transport. *Amer.J.Phys.* **60**, 782-787.

[113] SCHILLING,F. (1931): *Projektive und nichteuklidische Geometrie.* Leipzig und Berlin.

[114] SCHMUTZER,E. (1964): *Relativistische Physik.* B.G.Teubner, Leipzig.

[115] SCHNEIDER,P., EHLERS,J., FALCO,E.E. (1992): *Gravitational Lensing.* Springer, Berlin et aliud.

[116] SCHOTTENLOHER,M. (1995): *Geometrie und Symmetrie in der Physik.* Vieweg Verlag Braunschweig.

[117] SCHRÖDER,E.M. (1974): Gemeinsame Eigenschaften euklidischer, galileischer und minkowskischer Ebenen. *Mitt.Math.Ges.Hamburg* **10**, 185-217.

[118] SCHRÖDER,E.M. (1979): Eine Kennzeichnung der regulären euklidischen Geometrien. *Abh.Math.Sem.Uni.Hamburg* **49**, 95-117.

[119] SCHRÖDER,E.M. (1981): Über die Grundlagen der affin-metrischen Geometrie. *Geometria dedicata* **11**, 415-442.

[120] SCHRÖDER,E.M. (1986): Fundamentalsätze der metrischen Geometrie. *J.Geometry* **27**, 36-59.

[121] SEELIG,C. (HRSG.) (1956): *Helle Zeit – dunkle Zeit. In memoriam Albert Einstein.* Zürich.

[122] SEXL,R. (1973): Relativitätstheorie in der Kollegstufe. *Beitr.Naturw.Unterricht* **26**, Vieweg Verlag Braunschweig.

[123] SHAW,R. (1962): Length contraction paradox. *Amer.J.Phys.* **30**, 72.

[124] SCHUTZ,B.F. (1985): *A first course in general relativity.* Cambridge UP.

[125] SOMMERFELD,A. (1909): Über die Zusammensetzung der Geschwindigkeiten in der Relativitätstheorie. *Phys.Z.* **10**, 826-829.

[126] STEINER,J. (1887): *Vorlesungen über synthetische Geometrie, I..* Leipzig, 3.Aufl..

[127] STEINER,J. (1898): *Vorlesungen über synthetische Geometrie, II..* Leipzig, 3.Aufl..

[128] STRUVE,H. (1979): Singulär metrisch-projektive und Hjelmslevsche Geometrie. *Dissertation*, Uni.Kiel.

[129] STRUVE,H., STRUVE,R. (1987): Endliche Cayley-Kleinsche Geometrien. *Arch.Math.* **48**, 178-184.

[130] STRUVE,H., STRUVE,R. (1988): Zum Begriff der metrisch-projektiven Ebene. *ZS f.math.Logik u.Grundl.d.Math.* **34**, 79-88.

[131] TAIT,P.G. (1884): Note on reference frames. *Proc.Roy.Soc.Edinburgh* **1883-84**, 743-745.

[132] TAYLOR,E.F., WHEELER,J.A. (1966): *Space-time physics.* W.H.Freeman, San Francisco.

[133] THOMAS,L.H. (1927): The kinematics of an electron with an axis. *Phil.Mag.* **3**, 1-22.

[134] TOLMAN,R.C. (1912): Non-Newtonian mechanics, the mass of a moving body. *Phil.Mag.* **23**, 375-380.

[135] TREDER,H.J. (1968): *Relativität und Kosmos.* Berlin, Oxford, Braunschweig.

[136] TREDER,H.J. (1972): *Relativität der Trägheit.* Akademie-Verlag, Berlin.

[137] TRUDEAU,R. (1998): *Die geometrische Revolution.* Birkhäuser Verlag, Basel.

[138] URBANTKE,H. (1984): A note on elementary geometry and special relativity. *Eur.J.Phys.* **5**, 119.

[139] VAKULIK,V.G., DUDINOV,V.N., ZHELEZNYAK,A.P., TSVETKOVA,V.S. (1997): VRI photometry of the Einstein Cross Q2237+0305 at Maidanak observatory. *Astronomische Nachrichten* **318**, 73-79.

[140] VARIĆAK,V. (1910): Anwendung der Lobachevskischen Geometrie in der Relativtheorie. *Phys.ZS.* **11**, 93-96.

[141] VARIĆAK,V. (1910): Die Relativtheorie und die Lobachevskijsche Geometrie. *Phys.ZS.* **11**, 287-293.

[142] VARIĆAK,V. (1910): Die Reflexion an bewegten Spiegeln. *Phys.ZS.* **11**, 586-587.

[143] WALSER,H. (1998): *Symmetrie.* B.G.Teubner, Stuttgart.

[144] WEBB,J.K., FLAMBAUM,V.V., CHURCHILL,C.W., BARROW,M. (1998): Evidence for time variation of the fine structure constant. *Phys.Rev.Lett.*, astro-ph/9803165.

[145] WILSON,E.B., LEWIS,G.N. (1913): The space-time manifold of relativity. The non-euclidean geometry of mechanics and electromagnetics. *Proc.Amer.Acad.Boston* **48**, 389-507.

[146] ZHANG,Y.Z. (1995): Test theories of special relativity. *Gen.Rel.Grav.* **27**, 475-493.

Glossar

Abbildung: Zuordnung von Objekten des abzubildenden Bereichs zu Objekten des Bildbereichs. Abbildungen können in verschiedener Allgemeinheit definiert und durch verschiedene Kontexte eingeschränkt werden. In der Geometrie geht es um Abbildungen geometrischer Objekte auf andere, im einfachsten Fall von Punkten auf andere Punkte, die alles weitere nach sich zieht. Im Text wird die →Polarität angesprochen, sie ist eine Abbildung von Punkten auf Hyperebenen (d.h. in der Ebene Geraden, im Raum Ebenen, usw.) und umgekehrt (→konforme Abbildung, →lineare Abbildung, →projektive Abbildung).
Anhang A — 163

Aberration: Verschiebung des scheinbaren Orts entfernter Objekte zwischen zwei zueinander bewegten Beobachtern, speziell die eines Sterns durch den Wechsel der Bewegungsrichtung der Erde transversal zur Sichtrichtung. Bei der Zusammensetzung der Lichtgeschwindigkeit mit einer anderen ändert sich nicht der Betrag, wohl aber die Richtung, wenn die Ausgangsgeschwindigkeiten nicht parallel sind. Diese Richtungsänderung führt zur Aberration. Diese ist ein Effekt zwischen zwei Beobachtern, abhängig von deren Relativgeschwindigkeit zueinander und vom scheinbaren Ort der Quelle. Sie hängt *nicht* von der Geschwindigkeit der Quelle ab. Ihr maximaler Wert auf der Erdbahn beträgt $20,47''$. Daraus und aus der Bahngeschwindigkeit der Erde von etwa 30 km/s folgt die Lichtgeschwindigkeit zu etwa 300000 km/s.
Abb. 4.3, 4.11 — 58, 63

absolute Geschwindigkeit: →Lichtgeschwindigkeit.

absolute Gleichzeitigkeit: Fällt die Antwort auf die Frage nach der Gleichzeitigkeit zweier Ereignisse immer gleich aus, unabhängig von Ort, Orientierung und Bewegung des beurteilenden Beobachters, dann sprechen wir von absoluter Gleichzeitigkeit. Geometrisch drückt sie sich als Entartung der Orthogonalität in der Welt aus. Sie wird in der Newtonschen Mechanik stillschweigend vorausgesetzt. In der Relativitätstheorie wird gezeigt, warum diese Vorstellung nicht haltbar ist und weshalb sie dennoch für kleine Geschwindigkeiten eine gute Approximation ist.
Abb. 3.12, 3.13 — 51 ff.

absolute Polare: gemeinsame Polare für alle Punkte der Ebene. Eine absolute Polare existiert, wenn das Parallelenaxiom gilt, also für die euklidische Geometrie, die Galilei-Geometrie und die Minkowski-Geometrie.
Abb. 9.7, 9.8, 9.9 144 ff.

absolute Zeit: Zeit, die im Fall absoluter Gleichzeitigkeit definiert werden kann. Gibt es einen physikalischen Prozeß, der eine transitive Gleichzeitigkeitsrelation aufbaut, dann bilden gleichzeitige Ereignisse einen dreidimensionalen Raum. Dann sollte man Theorien konstruieren, in denen diese Räume – zusammen mit allen Gesetzen der Theorie – beim Wechsel des Bezugssystems erhalten bleiben. Dann wäre auch die Zeit absolut. Eine der Lehren der Relativitätstheorie ist, daß die Gleichzeitigkeit nicht absolut sein kann. Bezieht man sich auf materielle Objekte in der Welt, können spezielle Zeitkoordinaten aber nützlich sein (→kosmologische Zeit). 25

absoluter Nullpunkt: Nullpunkt der thermodynamischen (absoluten) Temperaturskala. Die absolute Temperatur ist definiert durch die Statistik der mikroskopischen Bewegungen und ist eine der Charakteristiken der Streuung der mikroskopischen Größen im gegebenen Zustand des betrachteten Systems. 24

absoluter Kegelschnitt: Wird in der projektiven Ebene ein Kegelschnitt festgelegt und werden damit aus den projektiven Abbildungen diejenigen ausgewählt, die ihn unverändert lassen (wenn auch zugelassen wird, daß sich seine Punkte auf dem Kegelschnitt selbst bewegen), sprechen wir von einem absoluten Kegelschnitt. Durch den Bezug auf diesen Kegelschnitt wird aus der projektiven Ebene eine metrische Ebene.
Abb. 8.16 132

absoluter Pol: gemeinsamer Pol für alle Geraden der Ebene. Die Existenz eines absoluten Pols ist äquivalent der der Existenz genau eines Punktes auf jeder Geraden, der zu einem gegebenen Punkt außerhalb der Geraden den Abstand Null hat. Dieser zum Parallelenaxiom duale Satz gilt für die antieuklidische, die anti-Minkowskische und die Galilei-Geometrie. Physikalisch entspricht er der →absoluten Gleichzeitigkeit.
Abb. 9.5, 9.6, 9.9 143, 146

absoluter Raum: Virtuelle Gegebenheit, die unabhängig von materiellen Bezugsobjekten die Angabe von Ort, Orientierung und Geschwindigkeit gestattet. Das Relativitätsprinzip behauptet, daß ein absoluter Raum nicht existiert, sondern immer auf andere Gegenstände im Raum Bezug genommen werden muß, um Geschwindigkeiten, Orientierungen und Orte zu beschreiben. Dennoch scheint die Rotation absolut definierbar zu bleiben. Diese Frage führt auf das →Machsche Prinzip. 23

Additionstheorem der Geschwindigkeiten: Formel für die *Zusammensetzung* von Geschwindigkeiten. In der Galilei-Newtonschen Mechanik ist die Zusammensetzung additiv, in der Einsteinschen Relativitätstheorie gehorcht sie bei gleichen Richtungen dem Additionstheorem des hyperbolischen Tangens.
Abb. 4.9, Gl. (4.1) 62, 65

Allgemeine Relativitätstheorie: einfachste mit dem Äquivalenzprinzip von träger und schwerer Masse konsistente Gravitationstheorie, entwickelt von A.Einstein. Die

Koeffizienten der Wellengleichung bleiben nicht länger konstant, die Gravitationstheorie wird eine Theorie für die Metrik der Welt. Die Welt hat nun eine Krümmung, die das Gravitationsfeld beschreibt. Lokal (d.h. im Rahmen ihrer Definition) bleibt die Spezielle Relativitätstheorie gültig. 109 ff.

Annihilation: →Paarvernichtung.

antieuklidische Geometrie:
Abb. 9.5, Tabellen 9.1, E.1 143, 148, 224

Anti-Lobachevski-Geometrie:
Abb. 7.26, 7.27, Tabelle 9.1, E.1 119, 148, 224

Anti-Minkowski-Geometrie:
Abb. 9.6, Tabelle 9.1, E.1 143, 148, 224

Apex: Richtung einer gleichförmigen Bewegung, die einen Punkt auf dem (ebenen oder sphärischen) Gesichtsfeld markiert, den →Fernpunkt der Bahnen.
Abb. 2.19 38

Äquivalenz von Masse und Energie: Trägheit der Energie. Die Relativitätstheorie stellt klar, warum alle Energie zur trägen Masse beiträgt. Der Umrechnungsfaktor ist das Quadrat der absoluten Geschwindigkeit c, die nach allem, was wir wissen, mit der Lichtgeschwindigkeit übereinstimmt.
Gl. (5.5) 76

Äquivalenz von träger und schwerer Masse: Aus den Bewegungsgleichungen im Gravitationsfeld kürzt sich die Gravitationsladung (schwere Masse) mit der trägen Masse heraus. Beide werden daher in den gleichen Einheiten angegeben. Die strenge Gültigkeit dieses Prinzips impliziert die Darstellbarkeit des Gravitationsfeldes durch die →Metrik einer Welt mit variabler Krümmung. 109

Asymptotenkegel: in den lokal pseudoeuklidischen Geometrien Kegel der lichtartigen Geraden durch einen gegebenen Punkt. Die Kurven festen Abstands vom Aufpunkt nähern sich diesem Kegel asymptotisch, d.h., sie schneiden die Ferngerade bzw. den absoluten Kegelschnitt in den gleichen Punkten wie der Asymptotenkegel. Physikalisch ist der Asymptotenkegel identisch mit dem →Lichtkegel.
Abb. 7.18 114

Äther: Hypothetisches Medium der Lichtausbreitung, dessen Schwingungen das Licht und seine Ausbreitung erklären sollen, so wie Druck und gegebenenfalls Scherungswellen den Schall und seine Ausbreitung erklären. Man stellt ihn sich gewöhnlich als gewichtslose Flüssigkeit vor, die den gesamten Raum durchdringt und Anregungen transportieren kann. Kein einem Äther zurechenbarer Effekt ist je gefunden worden. 58, 158

Atom: chemisch (d.h. mit Energien kleiner 1 keV) in seinen Charakteristika nicht permanent veränderbares elementares Teilchen. Es besteht aus einem positiv geladenen Kern, der seine Bestandteile mit Energien der Größenordnung 1 MeV bindet, und der Hülle, in der Elektronen mit Energien zum Teil weit unter 1 keV gebunden sind.
Kapitel 2, 10.2 21, 159

Atomzeit: Mit den Frequenzen gut definierter Spektrallinien von Atomen verglichene Zeit. Das Internationale System (SI) benutzt eine Frequenz des Cäsiums 133 (9 192 631 770 Hz).
Kapitel 2 21

Axiome, Newtonsche: →Newton.

Axiome der projektiven Geometrie: Die Axiome regeln die algebraischen Beziehungen zwischen Punkten und Geraden, die selbst wieder nur implizit durch die Axiome beschrieben sind. In diesem Sinne ist die projektive Geometrie ein spezielles System algebraischer Relationen.

→Punkte bilden die Objekte der projektiven Strukturen, →Geraden sind zunächst Teile der Punktmenge. Es soll nicht nur einen Punkt und nicht nur eine Gerade geben. Eine Gerade soll zunächst wenigstens zwei Punkte enthalten. Sie wird aufgefüllt durch die Bedingung, daß sie verlängert und verkürzt werden kann. Die Gerade durch zwei verschiedene Punkte soll eindeutig sein, so wie der gemeinsame Punkt zweier verschiedener Geraden eindeutig sein soll.

Eine →projektive Abbildung bildet Geraden auf Geraden und Punkte auf Punkte ab, wobei die Inzidenz erhalten bleibt. Damit bleibt auch die Zuordnung der Punkte in Figuren wie dem →harmonischen Wurf (Abb. 8.8, 8.9) erhalten, ein Doppelverhältnis wird auf dieser Basis definierbar und bleibt invariant. Mit der Konstruktion von Abb. C.2 werden homogene Koordinaten definiert, in denen die Geraden lineare Beziehungen und die projektiven Abbildungen lineare Abbildungen werden.
Kapitel 8, Anhang C 121, 183

Axiome der Spiegelung: Eine Bewegungsgruppe $\mathcal{B}$ wird durch ein System $\mathcal{S}$ von Spiegelungen ($gg = 1$) aufgebaut, die wir Geraden nennen. Ist das Produkt zweier Geraden g, h eine Spiegelung ($ghgh = 1$), nennen wir es Punkt. Obwohl wir uns hier immer Punkte und Geraden der Ebene vorstellen dürfen, beziehen sich die Axiome auf eine ganz abstrakte Gruppe, deren Objekt nicht ein äußerer Raum, sondern sie selbst ist.
Anhang A, Abschnitt D.2 167, 201

Azimutalprojektion: Abb. 7.8 ff. 107 ff.

Bewegung: in der *Physik* hauptsächlich die Änderung von Ort und Orientierung mit der Zeit, in der *Geometrie* das Ergebnis dieses Prozesses. Die Bewegung physikalischer Objekte wird durch Bewegungsgleichungen bestimmt, die sich auf →Newtons Axiome gründen. Geometrische Bewegungen setzen sich im allgemeinen zu →Bewegungsgruppen zusammen. In der Raum-Zeit kann die geometrische Bewegung die Überlagerung eines physikalischen Prozesses im Raum mit einer universellen Geschwindigkeit bedeuten. 17, 23

Bewegungsgruppe: Anhang A. 163

Bewegungsparallaxe: Abb. 2.19 38

Bezugssystem: Ein Bezugssystem ist eine Kombination aus Uhren und Maßstäben, die es gestattet, lokal alle Ereignisse und alle →Vektoren durch Koordinaten zu charakterisieren. Dies ist im allgemeinen für die quantitative Analyse der Bewegungsvorgänge unumgänglich. Ein *lineares* Bezugssystem bildet die Addition von Vektoren auf die koordinatenweise Addition ab. In der Mechanik wird die kräftefreie Bewegung durch lineare Relationen zwischen den Koordinaten dargestellt. Ein *inertiales* Bezugssystem gestattet darüberhinaus die Formulierung der →Newtonschen Axiome mit richtungsunabhängigen Gewichten der Geschwindigkeiten. Es setzt deshalb einen metrischen Raum voraus. 28

Bohr,N.: 1885-1962, Physiker, Nobelpreis 1922. Mitbegründer der Quantentheorie, fand das erste Quantenmodell des Atoms. Wir besprechen den **Bohrschen Radius**, das ist der Radius der kleinsten Kreisbahn, die ein Elektron nach den Bohrschen Quantenbedingungen um ein Proton nach den ziehen kann. Der Bohrsche Radius ist ein geeignetes Maß für alle atomaren Entfernungen. Er bestimmt sich aus dem Planckschen Wirkungsquantum h, der Elementarladung e und der Elektronenmasse m_e zu $r_{\text{Bohr}} = h^2 m_e^{-1} e^{-2}$. 37

Bolyai,J.: 1802-1860, Mathematiker, konstruierte zeitgleich mit Lobachevski die erste nichteuklidische Geometrie. 107

Brunelleschi,F.: 1377-1446, Architekt, zeigte als erster der Renaissance-Künstler perspektive Abbildungen. 123

Büschel: Geraden liegen im Büschel, wenn sie alle durch einen gemeinsamen Punkt (Vertex, Büschelträger) gehen oder ein gemeinsames Lot haben. Ebenen liegen im Büschel, wenn sie entweder eine gemeinsame Gerade oder ein gemeinsames Lot haben (→homogene Koordinaten). Abb. A.4 169

Cartesius (R.Descartes): 1596-1650, Philosoph und Mathematiker, Begründer der analytischen Geometrie. **Cartesische Koordinaten** beziehen sich auf rechtwinklige Achsen, die es global nur in Räumen ohne Krümmung gibt. In Cartesischen Koordinaten ist die Metrik des Raums (bis auf das Vorzeichen des Diagonalelemente) die Einheitsmatrix. 56, 174

Cayley,A.: 1821-1895, Mathematiker, Begründer der algebraischen Geometrie. Die Cayley-Klein-Geometrien [22, 73, 74] sind Gegenstand dieses Buches. 19

Coulomb,C.de: 1736-1806, Physiker. Untersuchte u.a. die elektrostatische Anziehung bzw. Abstoßung (**Coulomb-Kraft**), deren Größe wie die der Schwerkraft umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstands ist und in Richtung der Verbindungslinie wirkt. 22

Darstellung einer Gruppe: Strukturerhaltende (homomorphe) Abbildung einer Gruppe in die spezielle Gruppe der quadratischen Matrizen gegebener Dimension (in die Gruppe der regulären linearen Operatoren eines Vektorraums). 188

Desargues,G.: 1591-1661, Architekt und Ingenieur, fand das erste grundlegende Theorem der modernen projektiven Geometrie.
Abb. 8.3, 8.4 124

DeSitter,W.: 1872-1934, Astronom, konstruierte u.a. den ersten (leeren) Kosmos als Lösung der Einsteinschen Gleichungen.

Abb. 7.20 ff. 116 ff.

direktes Produkt: lineare Abbildung, die alle Vektoren auf eine feste Richtung abbildet. 187

Doppelverhältnis: Charakteristische Größe der projektiven Geometrie, deren Invarianz die Gruppe der projektiven Transformationen bestimmt.
Gl. (8.1), Abb. 8.5 125 ff.

Doppler,C.J.: 1803-1853, Physiker, fand u.a. den **Doppler-Effekt**, das ist die scheinbare Änderung der Wellenlänge von Licht oder Schall, die durch die Bewegung der Quelle und/oder der des Empfängers verursacht wird. Bei Annäherung entsteht eine Verschiebung ins Kurzwellige (Violettverschiebung), bei Entfernung eine ins Langwellige (Rotverschiebung). Die Größe der Verschiebung hängt von der Relativgeschwindigkeit ab (→kosmologische Rotverschiebung).
Abb. 2.17, 5.9 35, 78

Drehung: Bewegung um einen im Endlichen gelegenen Fixpunkt.
Abb. 9.16 ff. 152 ff.

Dreiecksungleichung: als Axiom einer definiten Metrik benutzte Forderung, daß der Abstand $d[A, B]$ zwischen zwei Punkten A und B nie größer als die Summe der Abstände zu einem dritten Punkt C ist, $d[A, B] \leq d[A, C] + d[C, B]$. In dieser Form gilt die Dreiecksungleichung im hier besprochenen Rahmen für die elliptische (sphärische), die euklidische und die hyperbolische Geometrie. In den lokal pseudoeuklidischen Geometrien erhält die Dreiecksungleichung eine andere Form (→Zwillingsparadoxon).
Abschnitt 5.3 76, 97, 147

duale Konstruktion: hier Konstruktion unter Vertauschung von Punkten und Geraden, Punktreihen und Strahlbüscheln, Tangenten und Berührpunkten, und so weiter. Duale Konstruktionen sind typisch für die projektive Geometrie der Ebene, weil in homogenen Koordinaten Punkte wie Geraden durch ein Koordinatentripel beschrieben werden und daher eineindeutig aufeinander abgebildet werden können und jede Transformation der Punkte der inversen Transformation der Geraden äquivalent ist. Folglich können Punkte und Geraden in allen Sätzen vertauscht werden, wenn auch Schnittpunkt und Verbindungsgerade bzw. Kollinearität und Büscheleigenschaft miteinander vertauscht werden. 130

Dualität: Vertauschbarkeit von Begriffspaaren, wie Punkt und Gerade in der projektiven Ebene (→duale Konstruktion). 130

Dürer,A.: 1471-1528, Maler.
Abb. 8.2 123

Ebene, metrische: →metrische Ebene.

Eddington,A.S.: 1882-1944, Astrophysiker. 38

Eigenbewegung: scheinbare Bewegung über das Gesichtsfeld, gemessen in Winkel pro Zeit.
Abb. 2.19 38

Eigenzeit: die in einem mitbewegten Bezugssystem ablaufende Zeit, die ein allgemein bewegter Beobachter an Hand einer relativ zu ihm ruhenden Uhr mißt. Sie ist identisch mit der Bogenlänge zeitartiger und lichtartiger Weltlinien. 69

Einstein,A.: 1879-1955, Physiker, Nobelpreis 1921. Mitbegründer der Quantentheorie und der (speziellen) Relativitätstheorie, Autor der allgemeinen Relativitätstheorie. Einstein sah als erster die Notwendigkeit einer neuen Definition der Gleichzeitigkeit. Kapitel 4 53

Einsteinsche Geometrie: Geometrie der *nur noch lokal* pseudoeuklidischen Welt, die durch die Weltkrümmung verändert ist. Die Einsteinsche Geometrie verallgemeinert die →Riemannsche Geometrie auf lokal pseudoeuklidischen Fall, die Welt. Kapitel 7 99

Einsteinsche Gleichungen: Feldgleichungen der Gravitation nach der Allgemeinen Relativitätstheorie. Die Einsteinschen Gleichungen stellen fest, daß die Krümmung der Welt (genauer bestimmte Komponenten dieser Krümmung) proportional der Materiedichte (genauer der Verallgemeinerung der Energiedichte) ist. Sie sind eine Art Wellengleichung für die Metrik, die ihrerseits die genaue Form des Wellenoperators selbst bestimmt. Im räumlich homogenen und isotropen Universum reduzieren sie sich auf die →Friedmann-Gleichungen. 39, 110

Ekliptik: die Ebene, in der die Erdbahn (genauer die Bahn des →Schwerpunkts des Erde-Mond-Systems) liegt. Ihre Projektion auf die Himmelskugel ist die scheinbare Bahn der Sonne. Finsternisse können nur auftreten, wenn die Mondbahn die Ekliptik kreuzt. Die Ekliptik ist gegen die Äquatorebene um den Winkel $23^o27'$ geneigt. Abb. 2.18 38

Elementarteilchen: hier die Teilchen der subnuklearen Ebene wie Protonen, Neutronen, Elektronen und Photonen. Auf dieser Ebene können die Elementarteilchen in Baryonen (Protonen, Neutronen und verschiedene Hyperonen), Mesonen und Leptonen (Elektronen, Myonen, Neutrinos) geschieden werden. Für Baryonen wie für Leptonen bleibt die Gesamtzahl erhalten, d.h., die Baryonenzahl und die Leptonenzahl wird eine Art Ladung. Das leichteste Baryon (das Proton bzw. Antiproton) ist deshalb stabil. Das leichteste Lepton ist das Neutrino (Ruhmasse 0). Das Elektron (bzw. Positron) ist stabil, weil es das leichteste elektrisch geladene Teilchen ist. Alle anderen Elementarteilchen zerfallen in leichtere, und für schwach zerfallende Teilchen ist die typische Einheit der Lebensdauer 10^{-10} s. Stark zerfallende Teilchen haben eine Lebensdauer von nur etwa 10^{-23} s – die Zeit, in der das Licht das Teilchen durchquert. Sie heißen Resonanzen, weil sie sich nur als Maxima in den Streuquerschnitten anderer Teilchen bemerkbar machen.
Mesonen sind Teilchen ohne Baryonen- oder Leptonenladung. Sie sind alle instabil, falls sie nicht die Ruhmasse Null haben wie das Photon (das allerdings oft nicht zu den Mesonen gezählt wird). Das berühmteste Meson ist das π-Meson, dessen Existenz als Mittler der Kernkraft zwischen Neutron und Proton vorhergesagt wurde (auch wenn der Mechanismus der Kernkräfte heute präziser gesehen wird).

Mesonen und Baryonen sind gebundene Zustände subelementarer Teilchen, der sogenannten Quarks. Die Regeln dieser Zusammensetzung wurden durch die Entdeckung des vorhergesagten Ω^--Hyperons bestätigt (Abb. 2.7), das unerwarteterweise nur schwach zerfällt.
In der Relativitätstheorie spielt die scheinbare Verzögerung des Zerfalls der Myonen bei schneller Bewegung eine Rolle, weil sie qualitativ die Zeitdilatation demonstriert.
Abb. 2.7 27

elliptische Geometrie:
Abb. 9.1, Tab. 9.1, E.1 139, 148, 224

Energie: Grundgröße der Physik, universelles Maß der Bewegung und des Bewegungsvermögens, das in abgeschirmten Objekten immer streng erhalten bleibt. Die Abhängigkeit der Energie von den allgemeinen Koordinaten (Lage und Impuls) der Bewegung bestimmt die tatsächliche Bewegung vollständig. 47, 75 ff.

Entartung: Zusammenfallen oder Verschwinden generisch unterschiedener bzw. von Null verschiedener Größen. So spricht man von einem entarteten Kegelschnitt, wenn eine der Hauptachsen verschwindet (Entartung zur Geraden) oder divergiert (Entartung zum Parallelenpaar) oder beide verschwinden (Entartung zum Punkt oder zu einem Paar sich schneidender Geraden). 132 ff., 219 ff.

Ephemeridenzeit: Zeitablauf, der die Planetenbahnen ohne eliminierbare Störungen beschreibt. Die Ephemeridenzeit muß implizit durch entsprechende Beobachtungen bestimmt werden. Kann man alle Bahnkurven bis auf den Zeitablauf genau bestimmen, ist die Ephemeridenzeit durch die Gültigkeit des Energiesatzes festgelegt. 37

Ereignis: Durch die Zeitkoordinate und die Ortskoordinaten festgelegter Punkt in einer Welt.
Abschnitt 2.1 21

Euklid: 330-275 v.Chr., Mathematiker. Von Euklid ist der älteste Text mit einer vollständigen Axiomatisierung der Geometrie.
Abschnitt 3 41

Fahrplan: Grafische Darstellung der Bewegung im Raum als Kurve in der Welt.
Abschnitt 2.1 21

Feinstrukturkonstante, Sommerfeldsche: →Sommerfeld

Fermat,P.de: 1601-1665, Mathematiker. Mitbegründer der analytischen Geometrie. Er fand das **Fermatsches Prinzip**, das erste Integralprinzip der Physikgeschichte. Der Weg des beobachteten Lichtstrahls zwischen zwei Punkten A und B ist die kürzeste Verbindung beider Punkte, wenn die geometrische Länge $\mathrm{d}s = \sqrt{\mathrm{d}x^2 + \mathrm{d}y^2 + \mathrm{d}z^2}$ der Wegstücke der Verbindung mit dem lokalen Brechungsindex n gewichtet wird: Der Lichtstrahl von A nach B realisiert also das Minimum des Integrals

$$S = \int_A^B n \mathrm{d}s \ .$$

In der →Mechanik hat es sein Analogon im Maupertuis-Jacobischen Prinzip: Im zeitunabhängigen Potential realisiert die Bahn eines Teilchens die kürzeste Verbindung zweier Punkte, wenn mit dem Ausdruck $\sqrt{E_{\text{ges}} - E_{\text{pot}}}$ aus Gesamtenergie E_{ges} und potentieller Energie $E_{\text{pot}}[\text{Ort}]$ gewichtet wird:

$$S = \int \sqrt{E_{\text{ges}} - E_{\text{pot}}}\sqrt{E_{\text{kin}}}\mathrm{d}t \; .$$

Die kinetische Energie E_{kin} ist dabei eine homogen quadratische Funktion der Geschwindigkeiten, so daß die Zeit t ein frei wählbarer Parameter wird.
Dieses Prinzip gilt schließlich ganz allgemein als Hamiltonsches Prinzip, das die allgemeine Bewegung als Realisierung des Extremums eines →Wirkungsintegrals kennzeichnet und bestimmt. 29, 159

Ferngerade: Formale Verbindung der unendlich fernen Punkte der Ebene, die projektiv eine Gerade ist.
Abb. 8.3 124

Feuerbach-Kreis: Charakteristischer Kreis, der die Mittelpunkte der Seiten und Höhen eines Dreiecks mit den Höhenfußpunkten verbindet und Ankreise und Inkreis berührt.
Abb. 8.12 129

frei fallende Bezugssysteme: Methode der Konstruktion lokaler Inertialsysteme im Gravitationsfeld.
Abb. B.2 176

Friedmann,A.A.: 1888-1925, Mathematiker und Physiker. Die nach ihm benannte **Friedmann-Gleichung** ist die Grundgleichung der Kosmologie.
Gl. (7.3), (E.8) 111, 226

Galilei,G.: 1564-1642, Astronom und Physiker. Begründer der Physik der Neuzeit. 53

Galilei-Geometrie: Geometrie der Raum-Zeit der klassischen Mechanik.
Kap. 3, Tab. 9.1, E.1 41, 148, 224

Galilei-Gruppe: Gruppe der →**Transformationen**, die in der Newtonschen Mechanik die Koordinaten verschiedener Inertialsysteme ineinander überführen, bei denen also die Newtonschen Gesetze der Punktmechanik forminvariant sind. 174

Gauß,C.F.: 1777-1855, Mathematiker und Astronom. 107

Geodäte: Verbindung extremaler Länge zwischen zwei Punkten. In lokal euklidischen Geometrien sind Geodäten kürzeste Linien. In lokal pseudoeuklidischen Geometrien sind zeitartige Geodäten längste Linien (→Zwillingsparadoxon). Die Geodäte ist eine Verallgemeinerung der Geraden ebener Räume für Räume mit Krümmung.
Abb. 7.4, 7.5 105 ff.

Geometrie: Lehre von den Formen und Lagebeziehungen, die sich in der Struktur von Operationen widerspiegeln, welche im allgemeinen als Bewegungen und Messungen interpretiert werden (→Einsteinsche Geometrie, →Riemannsche Geometrie, →nichteuklidische Geometrie, →projektive Geometrie, →pseudoeuklidische Geometrie, →sphärische Geometrie). 163

Gerade: →Axiome der projektiven Geometrie.
Anhang A 163

Geschwindigkeitsabhängigkeit der Masse: grundlegendes Resultat der Relativitätstheorie, Korollar zur →Äquivalenz von Masse und Energie.
Abb. 5.4 71

Geschwindigkeitsraum: Raum der Relativgeschwindigkeiten, wie sie in die Galilei- bzw. Lorentz-Transformationen eingehen. In der Galilei-Geometrie ist der Geschwindigkeitsraum euklidisch, nach der Relativitätstheorie ist er negativ gekrümmt (Lobachevski-Raum). Im Zweidimensionalen füllen die Relativgeschwindigkeiten einen Kreis mit dem Radius c (absolute Geschwindigkeit), der das Kleinsche Modell der nichteuklidischen Geometrie reproduziert.
Abb. D.5, D.6 206

Giotto di Bondone: 1267-1337, Maler, versuchte als erster, räumliche Effekte auf Gemälden zu erzeugen, fand aber noch nicht die Gesetze der Perspektive. 123

Gleichzeitigkeit, absolute: →absolute Gleichzeitigkeit.

Gravitation: →Schwerkraft.

Gravitationslinse: astrophysikalisches Phänomen (Bildverzerrung und -verstärkung), das an kosmischen Objekten hinter Schwerequellen im Vordergrund beobachtet wird, offenkundiger Hinweis auf die Lichtablenkung.
Abb. 7.12 ff. 111 ff.

Gravitationspotential: →Potential des Schwerefeldes. Im Falle des Schwerefeldes eines Schwarms von Punkten der Massen M_A lautet es

$$\Phi = \frac{G}{c^2} \sum_A \frac{M_A}{\mid \vec{r} - \vec{r}_A \mid}$$

(G Gravitationskonstante, $\vec{r}$ Ortskoordinaten). 157

Großkreis: ebener Schnitt durch die Kugelfläche, wobei die schneidende Ebene durch den Mittelpunkt der Kugel geht und deshalb an jedem Punkt senkrecht auf der Kugelfläche steht. Auf einer gekrümmten Fläche ist eine Kurve genau geodätisch, wenn an jedem Punkt die Ebene, in der sie sich krümmt, senkrecht zur Fläche an diesem Punkt ist. Großkreise sind solche Geodäten.
Abb. 9.4 140

Gruppe: Menge mit Operation, die so definiert ist, daß zwei beliebigen Elementen a und b ein Produkt $c = ab$ zugeordnet wird, das wieder zur Gruppe gehört. Dabei muß es ein Einselement e geben, dessen Verknüpfungen mit jedem anderen Element dieses reproduzieren, $ea = ae = a$. Weiter muß die Verknüpfung umkehrbar sein, d.h., es soll zu jedem Element a ein reziprokes (inverses) Element a^{-1} geben ($aa^{-1} = a^{-1}a = e$). Man fordert darüberhinaus, daß die Klammerfolge unerheblich ist, also $(ab)c = a(bc)$ gilt. Die Reihenfolge der Elemente allerdings ist nicht generell vertauschbar, ab ist im allgemeinen von ba verschieden. Gruppenelemente werden vorteilhaft als

→Matrizen dargestellt, so daß die Verknüpfung als deren Multiplikation angesehen werden kann. 41, 164.

Hamilton,W.R.: 1805-1865, Mathematiker und Physiker, Autor des fundamentalen Integralprinzips der Mechanik (→Wirkungsintegral). 181

Harmonische Teilung: Teilung zwischen zwei Punkte- oder Geradenpaaren im Doppelverhältnis $\mathcal{D} = -1$.
Abb. 8.8, 8.9 126 ff.

Harmonischer Wurf: Konstruktion aus Geraden und Punkten, die allein durch ihre Inzidenz Strahlen und Punkte im Doppelverhältnis $\mathcal{D} = -1$ aufbauen.
Abb. 8.8 126

Helligkeit, scheinbare: →scheinbare Helligkeit

Helmholtz,H.v.: 1821-1894, Physiologe und Physiker, antwortete auf →Riemanns berühmte Habilitation mit dem Artikel *Über die Thatsachen, welche der Geometrie zugrundeliegen* [104]. 7

Hilbert,D.: 1862-1943, Mathematiker, trug in unserem Zusammenhang zur axiomatischen Begründung der Geometrie bei [59].
Kapitel 10.2 159, 66

Höhensatz: Die Höhen eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt. Dieser Satz ist äquivalent zum Mittelsenkrechtensatz und zentral für den Begriff des Senkrechtstehens.
Abb. 6.5, 9.11, A.7, D.1 95, 149, 170, 199

homogene Expansion: Expansion ohne Mittelpunkt.
Abb. 7.16, 7.18 113 ff.

homogene Koordinaten: Auffassung der Punkte und Geraden einer Zeichenebene als Schnitte dieser Ebene mit einem Geraden- und Ebenenbüschel, die von einem Punkt außerhalb der Zeichenebene getragen werden. Die Geraden bzw. Ebenennormalen werden dann zu Koordinaten der Punkte und Geraden in der Zeichenebene, wobei der Betrag unerheblich ist.
In homogenen Koordinaten wird die projektive Gruppe durch die spezielle lineare Gruppe dargestellt. Plücker (1801-1868) führte als erster die homogenen Koordinaten mit den baryzentrischen Koordinaten eines Dreiecks ein: Jeder Punkt der Ebene kann Schwerpunkt eines Dreiecks $\Delta A_1 A_2 A_3$ sein, wenn die Ecken A_i entsprechende Gewichte m_i erhalten. Diese m_i sind homogene Koordinaten.
Abb. C.1 185

Horizont: Grenzlinie der Beobachtbarkeit (Teilchenhorizont) oder Erreichbarkeit (Ereignishorizont), in der projektiven Geometrie auch Bild der Ferngeraden.
Abb. 8.3 124

Huygens,Ch.: 1629-1695, Physiker und Astronom, führender Vertreter der Wellentheorie des Lichts. Er stellte fest, daß beim Stoß zweier Körper der Impuls erhalten bleibt.
Abb. 2.10 31

hyperbolische Geometrie: →nichteuklidische Geometrie.

Hyperon: →Elementarteilchen.

ideal elastischer Stoß: Stoß, bei dem die kinetische Energie erhalten bleibt.
Gl. (3.2) 47

Impuls: Geschwindigkeit, die mit der trägen Masse gewichtet ist, damit beim Stoß eine Bilanz (Erhaltungssatz) aufgemacht werden kann.
Abb. 3.7, 3.8 49

Inertialsystem: inertiales →Bezugssystem. 173

Involution: Abbildung $\mathcal{I}: \ x \to \mathcal{I}[x]$, deren zweifache Anwendung in den Ausgangszustand zurückführt ($\mathcal{I}[\mathcal{I}[x]] = x$) und die nicht die Identität ist. Involutionen kann man als Spiegelung verstehen, wenn auch die Spiegelungen des allgemeinen Sprachgebrauchs nur einen Spezialfall involutorischer Abbildungen darstellen.
Projektive Involutionen auf einer Geraden sind durch die Angabe zweier Punktepaare $A, \mathcal{I}[A]$ und $B, \mathcal{I}[B]$ bestimmt, wobei beide Punkte natürlich auch Fixpunkte sein können. 163

Inzidenz: Relation zwischen geometrischen Elementen verschiedenen Charakters, die im Falle von Punkt A und Geraden g bedeutet, daß der Punkt A zu der durch die Gerade g getragenen Punktreihe und die Gerade g zu dem vom Punkt A getragenen Strahlbüschel gehört (→Axiome der projektiven Geometrie).
Abb. A.2 166

Isotrop: 1. richtungsunabhängig. Speziell die Lichtausbreitung ist isotrop, und zwar unabhängig vom Bewegungszustand des Beobachters. Dies widerspricht der additiven Zusammensetzung von Geschwindigkeiten und ist Ausgangspunkt für die Relativitätstheorie. 23, 59
2. →lichtartig.

Isotropie der Lichtausbreitung: in der Relativitätstheorie erkannte und benutzte Eigenschaft der Lichtausbreitung, unabhängig von der Richtung immer die gleiche Geschwindigkeit zu entwickeln und dies auch bei Zusammensetzung mit anderen Geschwindigkeiten nicht zu ändern. 60

Jacobi,C.G.J.: 1804-1851, Mathematiker (→Fermat). 181

Kant,I.: 1724-1804, Philosoph, hielt die euklidische Geometrie für eine Erkenntnis vor aller Erfahrung. 7

Kausalordnung: (Halb-)Ordnung der Ereignisse der Welt, die es gestattet, eine Wirkung ihren Ursachen immer eindeutig nachzustellen (→Tachyonen). Die Existenz einer solchen Halbordnung heißt **Kausalität**, auch wenn dieser Begriff manchmal synonym für deterministische Kausalität verwendet wird, d.h. für die Erwartung, daß die vollständige Präparation eines Systems es gestattet, zumindest die nahe Zukunft eindeutig zu berechnen. 88

Kegelschnitt: Kurve zweiter Ordnung in der Ebene. Ein Kegelschnitt wird von einer Geraden in maximal zwei reellen Punkten geschnitten und behält diese Eigenschaft bei

projektiven Abbildungen bei. Ein Kegelschnitt ist durch die Vorgabe von 5 Punkten oder anderen geeigneten Elementen bestimmt.
Kegelschnitte lassen sich als Lösung quadratischer Gleichungen darstellen und sind deshalb nach Geraden und Punkten die nächsteinfachen geometrischen Gebilde.
Abb. 8.6, C.6 125, 192

Kegelschnitt, absoluter: →absoluter Kegelschnitt.

Kepler,J.: 1571-1851, Astronom und Mathematiker, Begründer der modernen Astronomie, fand die nach ihm benannten Gesetze der Planetenbewegung. *Erstes Keplersches Gesetz*: Die Planetenbahnen sind Ellipsen um die Sonne in einem der Brennpunkte. *Zweites Keplersches Gesetz*: Die Strecke zwischen Planet und Sonne überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen. *Drittes Keplersches Gesetz*: Das Quadrat der Umlaufzeit ist dem Kubus der großen Halbachse proportional. 37

Klein,F.: 1849-1925, Mathematiker, Autor des Erlanger Programms der Geometrie [74].
Kapitel 10.2 159

Kleinsches Modell: Modell der nichteuklidischen Geometrie, bestehend aus den Punkten und Sekanten eines Kreises. Es kann als Projektion der Zeitschale aus dem Mittelpunkt auf die Ebene interpretiert werden.
Abb. 7.11 108

Kollinearität: Drei Punkte sind kollinear, wenn sie auf einer gemeinsamen Geraden liegen (→Axiome der projektiven Geometrie).
Abb. 2.13, Kapitel 8 33, 121

konforme Abbildung: lokal formerhaltende (winkeltreue) Abbildung (→Aberration).
Abb. 4.10, D.5 63, 206

Kongruenz: 1. Formgleichheit nach Transformation durch die Operationen einer vorzugebenden Symmetriegruppe, im besonderen Deckungsgleichheit nach Verschiebungen und Verdrehungen im Raum. 21, 41
2. (n-1)–parametrige Familie von Kurven in einem n-dimensionalen Raum. 102 ff.

Konstanz der Lichtgeschwindigkeit: Absolute Unabhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit von der Ausbreitungsrichtung 60

Kontingenz der Geometrie: Möglichkeit und Notwendigkeit der Entscheidung der Anwendbarkeit durch Experiment und Beobachtung. 66

Koordinaten: Zahlen, welche die Position eines Punktes relativ zu anderen Punkten oder Linien angeben.
Anhang B 173

Koordinaten, homogene: →homogene Koordinaten.

Kosmologie: Lehre von der globalen Konsistenz (Kosmos) der Physik und ihrer Nachprüfbarkeit am beobachtbaren Teil des Universums, das den Kosmos verwirklichen soll. Die Basis der Kosmologie ist das kosmologische Prinzip, das verlangt, daß der

beobachtbare Teil des Universums typisch für das Ganze ist und das Universum jenseits des Horizonts von den gleichen physikalischen Gesetzen beherrscht wird und im wesentlichen die gleiche Verteilung, Zusammensetzung und Dichte der Materie zeigt. Die Homogenität des Universums wird durch die Isotropie der →Mikrowellen-Hintergrundstrahlung gestützt, wenn auch die Skala der Homogenität noch nicht sicher ist. In exakt homogenen Weltmodellen kann man die Welt als expandierende (oder kontrahierende) Folge homogener Raumschnitte darstellen. Eine Bewegung kann dann zerlegt werden in die durch diese Expansion bedingte Bewegung und eine Pekuliarbewegung. Die Raumkoordinaten werden so gewählt, daß sie sich nur für ein Objekt *mit* Pekuliarbewegung ändern. Sie heißen dann expansionsbereinigte oder mitbewegte Koordinaten. Die Expansion wird durch die →Friedmann-Gleichung bestimmt.
Abschnitt 7.2 109

kosmologische Konstante: Grundniveau der Weltkrümmung.
Gl. (7.3),(E.8) 111, 226

kosmologische Rotverschiebung: Verschiebung des Spektrums einer entfernten Quelle ins Rote proportional zu ihrer Entfernung, cum grano salis zu deuten als →Doppler-Effekt zu einer universellen homogenen Expansion. 39

kosmologische Zeit: In der allgemeinen Relativitätstheorie erhalten Koordinaten nur in Bezug auf reale, in der Raum-Zeit eingebettete Objekte physikalische Bedeutung. Ohne einen solchen Bezug, auch bei einer leeren Raum-Zeit, definiert jede Schichtung der Welt in eine Folge von Räumen eine Zeitkoordinate gleichen Status. In der Kosmologie setzen wir die Existenz einer Schichtung nahezu homogen isotroper Räume voraus. Das ist eine spezielle Schichtung, und die entsprechende Zeit ist die →kosmologische Zeit.
Ist das Universum leer, kann es mehrere solche Schichtungen geben. Die Minkowski-Welt und die deSitter-Welten sind Beispiele dafür. Enthält das Universum Materie, existiert nur eine solche Schichtung. Die Linien konstanten Ortes sind dann zeitartige Linien, die so gewählt werden, daß sie die mittlere Bewegung der Materie wiedergeben. Die kosmologische Zeit ist dann die Eigenzeit dieser Bewegung. 111 ff.

Kraft: Ursache der Änderung des →Impulses eines Gegenstands. Nach der Beobachtung einer Kraft durch eben solche Impulsänderungen und unter der Voraussetzung gleicher Wirkung auf andere Gegenstände ergibt sich eine Bewegungsgleichung, die zu lösen und deren Lösung zu überprüfen ist (→Newtonsche Axiome). 22, 179

Kreis: geometrischer Ort der Punkte festen Abstands von einem Zentrum in der Ebene.
Kapitel 6, Abschnitt D.3, 91, 204
Abb. 2.8, 2.11, 6.3, 6.4 30, 32, 94

Kreuzprodukt: Antisymmetrisches bilineares Produkt zweier Vektoren im dreidimensionalen Raum, das die Richtungskoeffizienten der von beiden aufgespannten Ebene liefert. 186

Krümmung: Abweichung von der euklidischen Geometrie.
Abb. 7.1, 7.2, 7.4, 7.10 101, 105, 108

Kugel: (in unserem Zusammenhang) geometrischer Ort aller Punkte festen Abstands von einem Zentrum im Raum.
Abb. 7.1 101

Längeneinheit: klassisch durch die Maße eines festen Körpers gegeben, wegen der besonders genauen Reproduzierbarkeit der Lichtgeschwindigkeit jetzt angeschlossen an die Zeiteinheit (→Bohrscher Radius). 22

Längenkontraktion: Projektionseffekt der Relativitätstheorie, benannt nach Lorentz und FitzGerald.
Abb. 5.16, 5.17 83

Längentransport: Grundkonstruktion der Geometrie.
Abb. 8.11, 8.10 129

Leistung: freigesetzte →Energie pro Zeiteinheit.
Abb. 2.21 39

lichtartig: Zwei Ereignisse liegen lichtartig zueinander, wenn die Verbindungsgerade Mantellinie der von den Ereignissen getragenen Lichtkegel ist. Eins von beiden kann dann durch ein Lichtsignal erreicht werden, das vorher das andere passiert hat oder von ihm ausgelöst worden ist. Ein →Vektor heißt lichtartig, wenn seine Richtung mit der einer solchen Verbindung zusammenfällt. Lichtartige Vektoren haben das Betragsquadrat Null. Beispiel für einen lichtartigen Vektor ist Geschwindigkeit und Impuls eines Teilchens mit →Ruhmasse Null. 68

Lichteck: Vierseit aus lichtartigen Geraden. Lichtecke werden zur Konstruktion der Spiegelung in der Minkowski-Ebene verwendet.
Abb. 4.8 62

Lichtgeschwindigkeit: in der Relativitätstheorie als Synonym für die absolute Geschwindigkeit verwendet, die sich bei Zusammensetzung mit anderen Geschwindigkeiten nicht verändert. Das Synonym ist verwendbar, weil zu vermuten ist, daß die Lichtgeschwindigkeit diese absolute Geschwindigkeit ist, die Photonen also ruhmasselos sind. Stellte sich die Ruhmasse der Photonen als positiv heraus, setzte das nicht etwa die Relativitätstheorie außer Kraft, sondern entthronte nur die Lichtgeschwindigkeit als absolute Geschwindigkeit. Für Konsistenz und Anwendbarkeit der Relativitätstheorie ist es nicht nötig, daß es überhaupt ein Objekt gibt, daß sich mit der absoluten Geschwindigkeit bewegt. Entscheidend sind die geometrischen Relationen in der Raum-Zeit. Diese sind auch ohne ruhmasselose Teilchen nachprüfbar. – Massive Teilchen sind gewöhnlich langsamer als das Licht. Überlichtgeschwindigkeit wird nur beobachtet, wenn die Lichtgeschwindigkeit kleiner als die im Vakuum, also kleiner als die absolute Geschwindigkeit der Relativitätstheorie ist, so daß auch die Überlichtgeschwindigkeit kleiner als die absolute Geschwindigkeit sein kann. In diesem Falle beobachtet man das Äquivalent der Machschen Kegel der Akustik in Form des Tscherenkov-Effekts. – Versteht man unter Überlichtgeschwindigkeit aber eine Geschwindigkeit größer als die absolute Geschwindigkeit, dann ist man im Bereich ungestützer Vermutung, die darüberhinaus zu ernsten Problemen der Konsistenz mit der beobachteten →Kausalität führt. Die hypothetischen Teilchen, die sich mit Überlichtgeschwindigkeit bewegen sollen, heißen →Tachyonen. – Im Internationalen System bezieht die Lichtgeschwindigkeit die Längeneinheit auf die Zeiteinheit und ist festgelegt auf 299 792 458 m/s. 58, 60

Lichtkegel: Kegel aus den Weltlinien, die eine Bewegung mit →Lichtgeschwindigkeit beschreiben. Lichtkegel trennen absolute Zukunft und absolute Vergangenheit (das Innere des Doppelkegels) von der relativen Gegenwart (dem Äußeren des Doppelkegels). Die Ereignisse im Inneren des Lichtkegels liegen →zeitartig zum Aufpunkt, die Ereignisse außerhalb dagegen →raumartig.
Abb. 4.1, 7.18 57, 114

Lichtuhr: Gedankenkonstruktion einer Uhr, die nur die Lichtausbreitung und den Paralleltransport nutzt und auf diese Weise unabhängig von konzeptionell verwickelteren Prozessen ist.
Abb. 4.4, 5.12, 5.14 59, 79

lineare Abbildung: Sind die Objekte der Abbildung linear kombinierbar, sollen die Bilder einer Linearkombination gleich der Linearkombination der Bilder sein. Lineare Abbildungen linearer Vektorräume werden am einfachsten durch →Matrizen dargestellt. 183 ff.

Linienelement: Darstellung der Länge einer Verbindung zwischen zwei benachbarten Ereignissen als verallgemeinerte Form des Pythagoras, d.h. als quadratischer Ausdruck in den Koordinatendifferenzen. Hat der Punkt P die Koordinaten x^k, $k = 1, ..., n$ und $Q = P + \mathrm{d}P$ die Koordinaten $x^k + \mathrm{d}x^k$, schreibt man als Linienelement einen Ausdruck

$$\mathrm{d}s^2 = \sum_{ik} g_{ik}[x]\mathrm{d}x^i \mathrm{d}x^k \ .$$

Die Bogenlänge einer allgemeinen Kurve $x^k[\lambda]$, $0 < \lambda < 1$ ist dann durch ein Integral

$$s = \int_0^1 \sqrt{\sum_{ik} g_{ik}[x] \frac{\mathrm{d}x^i}{\mathrm{d}\lambda} \frac{\mathrm{d}x^k}{\mathrm{d}\lambda}} \mathrm{d}\lambda$$

gegeben.
Abschnitt B.3 179

Lobachevski,N.I.: 1792-1856, Mathematiker, konstruierte zeitgleich mit Bolyai die erste →nichteuklidische Geometrie, die hyperbolische Geometrie, die auch **Lobachevski-Geometrie** genannt wird. 107

Lorentz,H.A.: 1853-1928, Physiker, Nobelpreis 1902. Begründer der klassischen Elektronentheorie. Nach ihm benannt ist die **Lorentz-Gruppe**. Das ist die Gruppe der →**Transformationen**, die in der Relativitätstheorie die Koordinaten verschiedener Inertialsysteme ineinander überführen. Invarianz gegen die Lorentz-Gruppe ist eine Grundforderung an alle Theorien elementarer Phänomene.
Abschnitt B.2 174

Lorentz-Kontraktion: →Längenkontraktion.

lotrecht: spezielle relative Lage zweier sich schneidender Geraden. Zwei Geraden stehen lotrecht aufeinander, wenn die kombinierte Spiegelung an beiden eine Drehung um den gestreckten Winkel, also selbst wieder eine Spiegelung (um einen Punkt) ist.
Anhang A 163

Loxodrome: Abb. 7.3 102

Mach,E.: 1838-1916, Physiker und Philosoph. Von Einstein nach ihm benannt ist das **Machsche Prinzip**, die lose definierte Überzeugung, daß die Trägheit der Existenz und der Wechselwirkung mit dem umgebenden Universum geschuldet ist. So sollte die Mechanik allein die Rotation eines isolierten festen Körpers nicht feststellen können. Das Machsche Prinzip gestattet verschiedene konstruktive Ausdeutungen und ist deshalb noch nicht entschieden [7, 9]. 158

Masse in diesem Buch, wenn nicht durch andere Attribute explizit beschrieben, immer träge Masse, →Impuls, →Äquivalenz von Masse und Energie, →Äquivalenz von →schwerer und →träger Masse, →Geschwindigkeitsabhängigkeit der Masse.

Massendefekt: Da die träge Masse eines Objekts proportional seiner Gesamtenergie ist, mißt die Ruhmasse die innere Erergie. Deshalb ist die Ruhmasse eines gebundenen Systems kleiner als die Summe der Ruhmassen seiner Teile in ungebundenem Zustand. Diese Differenz heißt Massendefekt. Die den Bindungsenergien im Atomkern entsprechenden Massendefekte sind wägbar. 76

Massenschale: raumartige Fläche im vierdimensionalen (und pseudoeuklidischen) Impulsraum, auf der die Impulsvektoren von Objekten gegebener fester Ruhmasse enden, wenn sie vom Ursprung aus gezeichnet werden.
In der klassischen Teilchendynamik liegt der Viererimpuls immer auf der Massenschale. Nach der Quantentheorie können intermediäre Teilchen, die Wechselwirkung vermitteln, für kurze Zeit Viererimpulse außerhalb der Massenschale haben.
Section 7.1 99

Matrix: Rechteckiges Schema von Koordinaten, gekennzeichnet durch Zeilenzahl m und Spaltenzahl n, die den Typ (m, n) fixieren. Die Stelle im Schema wird durch zwei Indizes $1 \leq i \leq m$ und $1 \leq k \leq n$ charakterisiert. Das Vielfache einer Matrix A wird gebildet, indem das Vielfache jeder einzelnen Koordinate A_{ik} geschrieben wird: $(\lambda A)_{ik} = \lambda A_{ik}$. Zwei Matrizen A und B gleichen Typs können addiert werden. Die Summe C ist eine Matrix gleichen Typs, deren Koordinaten die Summen der entsprechenden Koordinaten der Summanden sind: $C_{ik} = A_{ik} + B_{ik}$. Zwei Matrizen A und B können multipliziert werden, wenn die Spaltenzahl n_1 des ersten Faktors gleich der Zeilenzahl m_2 des zweiten Faktors ist. Das Produkt C ist dann eine Matrix vom Typ (m_1, n_2). Der Koeffizient mit den Indizes i und k ist das Skalarprodukt der i-ten Zeile des ersten Faktors mit der k-ten Spalte des zweiten: $C_{ik} = \sum_l A_{il} B_{lk}$. 183 ff.

Maupertuis,P.-L.M.de: 1698-1759, Mathematiker, formulierte als erster ein Prinzip der kleinsten Wirkung für die Mechanik (→Fermat).

Maxwell,J.C.: 1831-1879, Physiker, fand u.a. die Formulierung der Elektrodynamik (Maxwellsche Gleichungen), die die Invarianz gegen die →Lorentz-Gruppe deutlich werden ließ. 109

Mechanik: Lehre von der Bewegung materieller Objekte unter Einfluß von Kräften, deren Erklärung nicht mehr Gegenstand der Mechanik ist. Die Mechanik gründet sich auf die →Newtonschen Axiome.
Kapitel 3 41

Medium: vermittelndes Substrat, Kontinuum, dessen lokale Anregungen sich durch lokale Kopplung ausbreiten und Wellenerscheinungen hervorrufen (→Äther). 36

Meson: →Elementarteilchen.

Metrik: Definition eines Abstands zwischen je zwei Punkten. Dürfen wir differenzieren, so reicht es, wenn die Abstände infinitesimal benachbarter Punkte festgelegt werden. Dies geschieht am einfachsten durch das →Linienelement. Die Metrik macht die Länge von Vektoren (im Linienelement die Länge infinitesimaler Verbindungen) meßbar, indem sie ein Betragsquadrat konstruiert, das aber in lokal pseudoeuklidischen Welten auch negativ sein kann.
Anhang B.3, E.2 179, 224

metrische Ebene: Ebene mit der Definition eines Abstands zwischen ihren Punkten.
Kapitel 9, Anhang E 137, 217

Michelson,A.A.: 1852-1931, Physiker, fand mit Hilfe seines Interferometers das Versagen der additiven Zusammensetzung einer Geschwindigkeit mit der Lichtgeschwindigkeit (zuerst 1881 in Potsdam).
Abb. 4.4 59

Mikrophysik: Physik der kleinen Systeme. Wann ein System klein ist, entscheidet das Produkt aus dem →Impuls seiner Teile und der Länge ihrer Wege im System. Dieses Produkt ist eine Wirkung, deren kleinste Einheit das von →Planck gefundene Wirkungsquantum h ist. Ein System ist klein, wenn die involvierten Wirkungen so klein sind, daß die Existenz dieses Wirkungsquantums noch fühlbar ist (→Quantenmechanik). 21, 77

Mikrowellenhintergrund: homogen verteilte elektromagnetische Strahlung im Universum. Ihre heutige Temperatur ist etwa 2.73 K, ihre relative Inhomogenität 10^{-5}. Sie ist eine seit der Neutralisierung des primordialen Hochtemperaturplasmas im wesentlichen adiabatisch isoliert. Vorher war sie die Hauptkomponente des Wärmebades für das Universum. Die Temperatur adiabatisch isolierter Strahlungskomponenten ist umgekehrt proportional zur Ausdehnung des Universums (→Kosmologie). 157

Milne,E.A.: 1896-1950, Astronom.
Abb. 7.18, 7.19 114

Minkowski,H.: 1864-1909, Mathematiker, Konstrukteur der nach ihm benannten relativistischen Geometrie der **Minkowski-Welt**, einer ebenen Welt aus Raum und Zeit, deren Bewegungsgruppe die Relativität der Geschwindigkeit mit der Existenz einer

absoluten Geschwindigkeit vereinbart. Ihre Geometrie heißt Minkowski-Geometrie.
Abb. 5.1 69

Mittelsenkrechtensatz: metrisches Äquivalent der Transitivität der Gleichheit. Die Mittelsenkrechten eines Dreiecks gehen durch einen Punkt, den Umkreismittelpunkt des Dreiecks.
Abb. 6.1, 9.12, A.5, D.4 92, 149, 169, 201

Mössbauer-Effekt: Reduktion des Rückstoßes von in γ-strahlenden Atomkernen durch Kühlung unter die akustische Anregungstemperatur der einbettenden kristallinen Struktur. Dadurch übernimmt die große Masse des Kristalls den Impuls des Rückstoßes, die Rückstoßgeschwindigkeit und mit ihr die Rückstoßverbreiterung der γ-Linie werden extrem klein.
Abb. 4.5 59

Molekül: kleinstes Teilchen einer chemischen Verbindung, gebundenes System aus mehreren Atomen. Die Bindungsenergie der Atome im Molekül ($\approx$ 10 eV) ist deutlich geringer als die der Bestandteile des Atomkerns (1 MeV). 56

Momentanes Ruhsystem: →Ruhsystem.

Myon: →Elementarteilchen.

Neutron: Elektrisch neutrales →Elementarteilchen mit Eigendrehimpuls $s = \frac{1}{2}\hbar$, Ruhmasse $m_n c^2 = 938$ MeV und magnetischem Moment $\mu = -1,9131\ e\hbar(2m_p)^{-1}$. Aus Sicht der starken Wechselwirkung ist das Neutron mit dem Proton bis auf den sog. Isospin identisch. Die Unterschiede, die auf die verschiedene elektrischen Ladung und auch auf eine geringe Ruhmassendifferenz führen, sind der elektromagnetischen und der schwachen Wechselwirkung geschuldet. Die Ruhmassendifferenz verursacht die Instabilität des Neutrons, das mit einer mittleren Lebensdauer von 10 min in ein Proton und leichtere Teilchen zerfällt. 76

Newton,I.: 1642-1727, Mathematiker, Physiker, Astronom und Philosoph. Begründer der Mechanik und zeitgleich mit Leibniz der Differentialrechnung. Er formulierte die **Newtonsche Axiome:** *Lex prima*: Ein kräftefreier Körper bewegt sich geradlinig und gleichförmig. *Lex secunda*: Die gleichförmige Bewegung wird durch Kräfte gestört, die in Richtung der Änderung des Produkts aus (träger) Masse und Geschwindigkeit ziehen. *Lex tertia*: Die Kräfte zwischen zwei Körpern sind entgegengesetzt gleich. – Das dritte Gesetz impliziert, daß der →Schwerpunkt eines Körpers einen idealen Massenpunkt realisieren kann und deshalb der Massenpunkt eine brauchbare Idealisierung auch für ausgedehnte Objekte ist. Außerdem gestattet das dritte Axiom die tatsächliche Bestimmung der (trägen) Masse.
Kapitel 3 41

nichteuklidische Geometrie: Geometrie ohne Parallelenaxiom, speziell die hyperbolische Geometrie.
Abb. 7.7 ff., Tab. 9.1, E.1 106 ff., 148, 224

Nullpunkt, absoluter: →absoluter Nullpunkt.

Nullpunktsenergie: →Quantenmechanik.

orthogonal: senkrecht. 128

Paarvernichtung: Umwandlung von Teilchen-Antiteilchen-Paaren in Photonen. Eine solche Umwandlung ist möglich, weil die Summe der Ladungen für jede Art Ladung (mit Ausnahme der schweren Masse) bei einem solchen Paar exakt Null ist. Die Masse bleibt erhalten und liefert die Masse der (vollständig kinetischen) Energie der Photonen. Der umgekehrte Prozeß ist die Paarerzeugung, die Entstehung von Teilchen-Antiteilchen-Paaren aus der Energie eines Photons unter Mitwirkung eines massiven Teilchens, ohne das die Impulsbilanz nicht aufgehen kann. 156

Pappos von Alexandria: um 320 v.u.Z., fand z.B. die Invarianz des Doppelverhältnisses bei perspektiver Abbildung (Abb. 8.5) und das nach ihm benannte Theorem (Abb. C.3). 191

Paradoxon: auf Grund unzureichender Analyse scheinbar widersprüchliches, überraschendes oder unerwartetes Phänomen.
Kapitel 5 67

Parallaxe: Bezeichnung für die Entfernungen im Universum, die sich darauf bezieht, daß die einfachsten Bestimmungen auf die Winkel eines Dreiecks bekannter Basislänge zielen.
Abb. 2.18, 2.19, 2.21 38 ff.

Parallelen: Geraden, die sich im Endlichen nicht schneiden. Die Bestimmung hängt davon ab, ob und wie das Endliche invariant bestimmt ist. 137, 148

Parallelenaxiom: Zu jeder Geraden g und zu jedem Punkt A, der nicht auf der Geraden g liegt, gibt es genau eine Gerade a, die durch A geht und die Gerade g im Endlichen nicht schneidet. – Das ist das Schlußaxiom der euklidischen Geometrie, das nach langem Streit als unabhängig von den anderen anerkannt werden mußte, nachdem die nichteuklidische Geometrie (genauer die Lobachevski-Geometrie) gefunden war, die alle anderen Axiome der euklidischen Geometrie erfüllt, nur nicht das Parallelenaxiom.
Table 9.1 137, 148

Paralleltransport: Verschiebung einer Richtung ohne lokale Änderung. Die Definition eines Paralleltransports ist notwendig, wenn Vektoren an verschiedenen Punktes verglichen werden müssen. Sie ist in gekrümmten Räumen nicht trivial. Am einfachsten ist das Festhalten der Winkel zur Tangente einer Geodäte (geodätischer Paralleltransport). Es gibt aber auch natürliche Verfahren, die davon verschieden sind, zum Beispiel der Transport mit Hilfe der Magnetnadel.
Abb. 7.1, 7.4 ff. 101 ff.

Pascal,B.: 1623-1662, Mathematiker, Physiker, Philosoph. Seinen Namen trägt ein grundlegendes Theorem über →Kegelschnitte.
Abb. C.5 192

Peripherie: Anhang D.4 208

Peripheriewinkelsatz: Die Winkel, die an den Peripheriepunkten eines Kreises mit einer festen Sehne gebildet werden, sind alle gleich.
Abb. 6.6, 6.7, 6.8, 9.13 95, 150

perspektive Abbildung: linientreue Abbildung, bei der die Verbindungslinien zwischen den abgebildeten Punkten und ihren Bildern sich alle in einem Punkt, dem Zentrum der Perspektive schneiden.
Abb. 8.1, 8.2, 8.3 122 ff.

Phasenraum: Raum der Zustände eines Systems, die durch allgemeine Lage- und Impulskoordinaten beschrieben werden, so daß die Bewegungsgleichungen von erster Ordnung sind. 31

Photon: Quantum der Energie eines Oszillators des elektromagnetischen Wellenfeldes. Seine Energie ist proportional zur Frequenz, $E = h\nu$. Ist diese Energie vergleichbar oder größer als die Energie der mit dem elektromagnetischen Feld wechselwirkenden Teilchen, kann das Photon selbst als Teilchen angesehen werden, mit dieser Energie und dem Impuls $p = h\nu/c$. In der klassischen Elektrodynamik kann das Photon mehr oder weniger schlecht als Wellengruppe interpretiert werden, deren Überlagerung außerhalb eines kleinen Raumbereichs verschwindende Amplitude hat. Solch eine Wellengruppe kann klassisch jeden Energiewert haben, der Impuls ist aber immer $p = E/c$.
Abb. 2.7, 4.3, 5.5 27, 58, 71

Planck,M.: 1858-1947, Physiker, Nobelpreis 1918. Mitbegründer der Quantentheorie, fand im Spektrum der Wärmestrahlung das erste Gesetz überhaupt, nach dem das Wirkungsquantum h bestimmt werden kann. Dieses Wirkungsquantum ist $h = 6.626\ 10^{-34}$ Js. 67

Poincaré,H.: 1854-1912, Mathematiker, formulierte das →Relativitätsprinzip.
Kapitel 10.2 159

Pol einer Geraden: Schnittpunkt $P[g]$ aller Geraden, der zusammen mit deren Schnittpunkt mit der Bezugsgeraden g den Kegelschnitt harmonisch teilt. Der Pol $P[g]$ einer Geraden g ist der Schnitt der Tangenten an den Kegelschnitt $\mathcal{K}$ in den Schnittpunkten mit g (→absoluter Pol).
Abb. 8.14 131

Polardreieck: Dreieck, in dem jede Ecke Pol der gegenüberliegenden Seite ist. In der metrischen Geometrie existieren eigentliche Polardreiecke nur im elliptischen Fall.
Abb. D.3 201

Polare eines Punktes: geometrischer Ort aller Punkte Q, deren Verbindung zum Aufpunkt vom gegebenen Kegelschnitt harmonisch geteilt wird. Die Polare eines Punktes Q ist die Verbindung der Berührpunkte der Tangenten aus Q an den Kegelschnitt $\mathcal{K}$ (→absolute Polare).
Abb. 8.15 132

Polarität: in der Ebene Abbildung zwischen Punkten und Geraden. Die Polarität ordnet jedem Punkt eine →Polare und jeder Geraden einen →Pol zu.

Im Raum werden Punkte und Ebenen aufeinander abgebildet, Geraden auf Geraden. In einem n-dimensionalen Raum wird jeder linearen Mannigfaltigkeit r eine andere ($P[r]$) zugeordnet, deren Dimension $\dim P[r] = n - \dim r$ ist, wobei die Inzidenz erhalten bleibt.
Abb. 9.3 ff. 140 ff.

Polarkoordinaten: Koordinaten aus Abstandskoordinate von einem Zentrum und Richtungskoordinaten der Verbindung von diesem Zentrum.
Abb. 7.8, 7.9 107

Potential: In einfachen Fällen (Gravitationsfeld, elektrostatisches Feld) kann die Stärke eines Feldes als Steilheit eines Abstiegs dargestellt werden. Die Funktion, die nun die entsprechende Höhe beschreibt, heißt Potential. Normal Null wird dabei im allgemeinen ins unendlich Ferne gelegt. 22

Produkt, direktes: →direktes Produkt.

projektive Abbildung: Lineare Abbildung des Punktraums auf sich bei gleichzeitiger Abbildung des Geradenraums auf sich, wobei das Skalarprodukt – d.h. die →Inzidenz – unverändert bleiben soll. Projektive Abbildungen der Ebene lassen das Doppelverhältnis von vier Punkten einer Punktreihe und von vier Geraden eines Strahlbüschels unverändert.
Anhang C 183

projektive Geometrie: →Axiome der projektiven Geometrie.
Kapitel 8, Anhang C 121, 183

projektive Koordinaten: →homogene Koordinaten.

Proton: leichtestes der schweren →Elementarteilchen, deshalb vermutlich stabil. Das Proton trägt eine positive Elementarladung e, einen Eigendrehimpuls (Spin) von $\frac{1}{2}\hbar$ (wie das Neutron) und ein magnetisches Moment von $\mu = 2,793\ e\hbar(2m_p)^{-1}$. Seine Ruhmasse ist 937 MeV. Zusammen mit dem Neutron bildet es im Wechselspiel von starker Anziehung und elektrischer Abstoßung die Atomkerne. 27, 76

pseudoeuklidische Geometrie: Geometrie mit Parallelenaxiom und indefinitem Abstandsquadrat (→Minkowski).
Kapitel 5 67

Punkte: →Axiome der projektiven Geometrie.
Anhang A 163

Pythagoras: 582-496 v.Chr., Mathematiker und Philosoph.
Seinen Namen trägt ein grundlegendes Theorem der euklidischen Geometrie, das aber vermutlich früheren Ursprungs ist. Bei entsprechender Interpretation kann das Theorem auch in der pseudoeuklidischen Geometrie verwandt werden.
Abb. 3.5, 3.6 45

Quadrik: Durch eine homogene quadratische Gleichung bestimmte →Hyperfläche. In der projektiven Ebene ist eine Quadrik ein →Kegelschnitt. 138

Quantenmechanik: Formulierung der Mechanik entsprechend der Quantisierung der Wirkung, die von →Planck gefunden wurde. →Impuls und Ort werden nicht mehr gleichzeitig beliebig genau meßbar (Heisenbergsche Unschärfe), es gibt deshalb keine eigentlichen Teilchenbahnen mehr, nur interferierende Wellen einer Aufenthaltswahrscheinlichkeit, deren Amplitude im einfachsten Fall einer Schrödinger-Gleichung genügt. Die Heisenbergsche Unschärfe bewirkt, daß selbst im Grundzustand ein System nicht vollständig zu innerer Ruhe kommen kann. Das ist der Grund für die Existenz einer Nullpunktsenergie. 58

Quasar: quasistellare Radioquelle, quasistellares Objekt. Ein Quasar ist ein sternförmig erscheinendes kosmisches Objekt großer Rotverschiebung, das gewöhnlich eine starke Radioquelle ist. Quasare sind extrem leuchtkräftige extragalaktische Objekte.
Abb. 7.12, 7.13, 7.14 111 ff.

Radialgeschwindigkeit: Geschwindigkeit, mit der sich ein Objekt auf den Beobachter zu oder von ihm weg bewegt. Die Radialgeschwindigkeit kann wegen des Doppler-Effekts der Spektrallinien viel genauer bestimmt werden als etwa die →Eigenbewegung.
Abb. 2.19 38

Raum: →Welt, →absoluter Raum.

Raum konstanter Krümmung: Kapitel 7 99

raumartig: Zwei Ereignisse liegen raumartig zueinander, wenn die Verbindungsgerade ausserhalb der von den Ereignissen getragenen Lichtkegel verläuft. Ein →Vektor heißt raumartig, wenn seine Richtung mit der einer solchen Verbindung zusammenfällt. Raumartige Vektoren haben ein negatives formales Betragsquadrat. Beispiel für einen raumartigen Vektor ist die Beschleunigung eines Teilchens. 69

Relativität: Bezogenheit einer Aussage auf äußere Gegenstände oder Umstände, deren Veränderung die Aussage notwendig verändern. Das Ausgangsproblem der Relativitätstheorie war die Konsistenz der Relativität der Geschwindigkeit mit der Existenz einer absoluten Geschwindigkeit (der →Lichtgeschwindigkeit).
Kapitel 2, 3 21, 41

Relativität der Gleichzeitigkeit: Abhängigkeit des Urteils über die Gleichzeitigkeit der Ereignisse an verschiedenen Orten vom Bewegungszustand des Beurteilenden, charakteristisch für die Relativitätstheorie und Quelle der meisten Mißverständnisse.
Abb. 4.1, 4.6, 4.7 57, 61

Relativitätsprinzip: Forderung an die Konstruktion einer Theorie, von vornherein zu berücksichtigen, daß bestimmte Gegebenheiten nur in Bezug auf äußere Gegenstände definierbar und meßbar sind, in einem abgeschlossenen System also keine Rolle spielen dürfen. In der (speziellen) Relativitätstheorie geht es dabei wesentlich um die Geschwindigkeit.

Ort, Zeit, Orientierung und Geschwindigkeit eines abgeschlossenen Systems sind relativ und lassen sich nur in Bezug auf zusätzliche äußere Gegebenheiten bewerten.

Dieses Relativitätsprinzip gilt sowohl in der Newtonschen als auch in der Einsteinschen Mechanik. Während aber in der Newtonschen Mechanik die Zusammensetzung von Geschwindigkeiten streng additiv ist, gibt es in der Einsteinschen Mechanik eine absolute Geschwindigkeit. Die Bewegungsgruppe der Welt, mit der die Relativität realisiert wird, ist daher in beiden Fällen verschieden. 21, 41

Relativitätstheorie: Theorie, in der die Invarianz der Wellengleichung auf alle anderen physikalischen Phänomene überträgen wird. Im Fall der Mechanik erhält man die →Spezielle Relativitätstheorie, in der die Gravitation noch nicht zutreffend beschrieben werden kann. Wegen der Äquivalenz von träger und schwerer Masse wird das Gravitationsfeld durch die Koeffizienten der Wellengleichung dargestellt. Man erhält eine Theorie für die Metrik der Welt, die →Allgemeine Relativitätstheorie.
Kapitel 5 67

Resonanz: →Elementarteilchen.

Riemann,B.: 1826-1866, Mathematiker, betrachtete gekrümmte Räume beliebiger Dimension, beginnend mit seiner Habilitation *Über die Hypothesen, welche der Geometrie zugrundeliegen* (→Helmholtz). Nach ihm benannt ist die **Riemannsche Geometrie**. Dies ist die Geometrie des nur noch lokal euklidischen Raums, der durch die Raumkrümmung verändert ist [104]. 179

Ruhmasse: Masse des Gegenstands in seinem momentanen Ruhsystem. Während die träge Masse bei der Bewegung eines abgeschlossenen Systems erhalten bleibt, kann sich die Summe der Ruhmassen der Teile des Systems in dem Maße verändern, wie die innere Energie der Teile mit ihrer kinetischen Energie ausgetauscht wird. Die Ruhmasse eines Teilchens ist der Teil der Gesamtmasse, der charakteristisch für das Teilchen und definitionsgemäß von seiner Bewegung unabhängig ist. Genau in diesem Zusammenhang wird manchmal (aber nicht in diesem Buch) einfach Masse geschrieben. 72

Ruhsystem: inertiales →Bezugssystem, in dem das betrachtete Objekt ruht. Für ein allgemein bewegtes Objekt kann man noch zu jedem Zeitpunkt ein →momentanes Ruhsystem definieren, die Trägheitskräfte zeigen aber, daß das Objekt eben nur für den gegebenen Moment darin ruhen kann. 62

Rydberg,J.: 1854-1919, Physiker, trug zur Entwicklung der Spektralanalyse bei. Nach ihm benannt ist die **Rydberg-Konstante**, das Maß für die Distanz zwischen den Spektrallinien eines Atoms auf der Frequenzskala und damit Maß für die Festigkeit gebundener Zustände in atomaren Systemen. Die Bindungsenergie eines Elektrons im Grundzustand bei idealisiert unendlich schwerem Proton ist
$h\mathrm{Ry}_\infty = 2\pi^2 m_e e^4 h^{-2} = 2.18\ 10^{-18}$ J. 37

Schallwellen: Druck- und Scherwellen, hörbar im Frequenzbereich zwischen 30 Hz und 30000 Hz.
Abb. 4.2 57

scheinbare Helligkeit: Maß der Intensität der Strahlung einer Quelle am Ort des Beobachters.
Abb. 2.21 39

schwere Masse: Ladung eines Gegenstands im Schwerefeld. Ein Körper reagiert umso stärker auf ein gegebenes Schwerefeld, je größer seine schwere Masse ist. Die schwere Masse wird mit Waagen bestimmt. Entgegen der Erfahrung im elektrischen Feld, wo die spezifische elektrische Ladung von Gegenstand zu Gegenstand variieren kann, ist die spezifische Gravitationsladung universell. Dies heißt →Äquivalenz von schwerer und träger Masse. Sie ist Grundlage der Allgemeinen Relativitätstheorie. Die schwere Masse ist begrifflich zu trennen in die Ladung im Gravitationsfeld (passive schwere Masse) und die Quellstärke für das Gravitationsfeld (aktive schwere Masse). Die Proportionalität beider realisiert am einfachsten Newtonsche Gegenwirkungsaxiom und wird deshalb üblicherweise angenommen. 109

Schwerkraft: massenproportionale, nicht abschirmbare, aber extrem schwache Kraft großer Reichweite. Quellstärke des Schwerefeldes und Ladung im Schwerefeld sind der →trägen Masse proportional. Es gibt nur positive Massen, deshalb ist das Schwerefeld nicht abschirmbar. Die Kraft ist sehr schwach: Im Vergleich zur elektrostatischen Kraft zwischen zwei Protonen ist die Schwerkraft zwischen beiden nur 10^{-36}. Während aber alle anderen Kräfte abgeschirmt werden, addiert sich alle Schwerewirkung. Die Gravitation wird dadurch zur bestimmenden Kraft für die Bewegung der Himmelskörper und im Universum allgemein. 22

Schwerpunkt: Virtueller Punkt, dessen Massendipolmoment verschwindet. Seine Geschwindigkeit multipliziert mit der Gesamtmasse des betrachteten Objekts ist gleich dem Gesamtimpuls des Systems.
Abb. 3.7, 3.8 49

senkrecht: spezielle relative Orientierung zweier Geraden. Zwei Geraden in der Ebene stehen aufeinander senkrecht, wenn die kombinierte Spiegelung an beiden die Rotation um einen gestreckten Winkel ergibt, d.h. selbst wieder involutorisch ist, wobei der Schnittpunkt der Geraden fest bleibt.
Die Begriffe des Senkrechtstehens und der Spiegelungen sind in gewissem Maße äquivalent. Sie können nicht von anderen abgeleitet werden, sondern bedürfen einer geeigneten Definition. Die zentrale Eigenschaft einer solchen Wahl ist der →Höhensatz.
Abb. 3.4, 8.18 44, 133

Sinussatz: In einem Dreieck der euklidischen Ebene sind die Sinus der Winkel den gegenüberliegenden Seiten proportional. Die Form dieser Aussage charakterisiert die jeweilige Geometrie der Ebene. Schreiben wir an Stelle der Länge a einer Seite den Umfang $\Pi[a]$ des Kreises mit dem Radius a, dann faßt der Sinussatz in der Form [104]

$$\Pi[a] : \Pi[b] : \Pi[c] = \sin\alpha : \sin\beta : \sin\gamma$$

elliptische (sphärische), euklidische und Lobachevski-Geometrie zusammen. Schreiben wir an Stelle des Sinus das Verhältnis Σ der Länge der projizierenden Lotes zur Länge der projizierten Strecke, so finden wir für alle Geometrien

$$\Pi[a] : \Pi[b] : \Pi[c] = \Sigma[\alpha] : \Sigma[\beta] : \Sigma[\gamma].$$

So wie $\Pi[a]$ gleich $\sin a$, a und $\sinh a$ sein kann, finden wir auch $\Sigma[\alpha]$ gleich $\sin\alpha$, α und $\sinh\alpha$. Es ergeben sich neun Kombinationen, die alle realisierbar sind.
Abb. E.1, E.2 223

Skalarprodukt: 186

Sommerfeld,A.: 1868-1951, Physiker, trug wesentlich zur Theorie der Atomspektren und des Atombaus bei. Nach ihm benannt ist die **Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante**, eine dimensionslose Konstante zur Beschreibung der Feinstruktur der Atomspektren. Die Feinstrukturkonstante α ist als Verhältnis von atomarem Geschwindigkeitsnormal und Lichtgeschwindigkeit interpretieren. Als atomares Geschwindigkeitsnormal ist dabei das Produkt aus →Rydberg-Konstante und →Bohrschem Radius

$$v_{\text{atomar}} = 2r_{\text{Bohr}}\text{Ry}_{\infty} = \alpha c$$

anzusehen. Es gilt $\alpha = e^2/(hc) \approx 1/137$. 37

Spatprodukt: Volumen eines Parallelepipeds im dreidimensionalen Raum als Funktion der drei Kantenlängen und ihrer Orientierung, gegeben durch entsprechende Vektoren. 187

Spezielle Relativitätstheorie: die von A.Einstein entwickelte Theorie von Raum und Zeit, die sowohl die Relativität der Geschwindigkeit als auch die universelle Isotropie der Lichtgeschwindigkeit verband. Die wichtigste Konsequenz ist die Geschwindigkeitsabhängigkeit der Masse und die Äquivalenz von Masse und Energie (→Allgemeine Relativitätstheorie).
Kapitel 5 67

sphärische Geometrie: Geometrie der Kugeloberfläche. Wird die Kugeloberfläche aus dem Kugelmittelpunkt auf die Ebene projiziert, entsteht die →elliptische Geometrie.
Abb. 7.1 101

sphärischer Exzeß: Überschuß der Winkelsumme in einem Dreieck auf einer gekrümmten Fläche über den gestreckten Winkel.
Abb. 7.1 101

Spiegel: Objekt, das bei einer →Spiegelung punktweise fest bleibt.
Abb. 3.1 43

Spiegelung: Abbildung, die bei Wiederholung in den Ausgangszustand zurückführt (Involution). Spiegelungen sind die involutorischen Elemente einer Gruppe G, die man Bewegungsgruppe nennt: $\varrho \in G$ heißt Spiegelung, wenn $\varrho \cdot \varrho = 1$, aber $\varrho \neq 1$ ist. Die Frage, wann das Produkt zweier Spiegelungen wieder eine Spiegelung ist, ist der zentrale Punkt im Gebäude der darauf aufbauenden Geometrie. Die abstrakte Definition der Spiegelung spricht überhaupt noch nicht von geometrischen Objekten wie Punkten oder Geraden. Zunächst geht es nur um Algebra.
Abb. 3.1, 5.1, 8.16 43, 69, 132

Stoß: Wechselwirkung, die unter Vernachlässigung des endlichen Zeitabschnitts der Wechselwirkung beurteilt werden kann. Deshalb kann beim Stoß die Bilanz aller Erhaltungsgrößen aufgestellt werden. Alle anderen Größen aber müssen statistisch in Form von Streuquerschnitten beschrieben werden, aus denen unter Umständen auf die im Einzelnen beim Stoß wirksamen Kräfte geschlossen werden kann (→ideal elastischer

Stoß, →total unelastischer Stoß).
Abb. 2.5, 2.8, 2.9, 5.6 26, 30, 73

Strahlung: kontinuierliche und freie Ausbreitung von →Energie und Masse in atomaren Einheiten mit großen Geschwindigkeiten bzw. der Lichtgeschwindigkeit selbst. Ohne Attribut gebraucht, wird der Begriff im allgemeinen durch den Kontext spezialisiert. Die Intensität einer Strahlung ist der Leistung der Quelle direkt und dem Quadrat des Abstands von der Quelle (allgemeiner der Oberfläche einer entsprechenden Kugel um die Quelle) umgekehrt proportional.
Abb. 2.21 39

Summationskonvention: Konvention in Formeln mit indizierten Tensorkomponenten. Tritt in einem Term ein Buchstabe als oberer *und* als unterer Index auf, dann wird über ihn ohne besonderen Hinweis summiert.
Abschnitt B.3 179

Tachyon: hypothetisches Teilchen, das sich mit →Überlichtgeschwindigkeit bewegt. Das Betragsquadrat des Impulses eines Tachyons ist negativ, der Impuls ein raumartiger Vektor. Die Hypothese der Existenz von Tachyonen steht gegen die einer universellen →Kausalordnung.
Abb. 5.20, 5.21 89

Teilung: Grundkonstruktion der Geometrie, →harmonische Teilung.
Abb. 8.9 127

Thomas-Präzession: Abweichung vom Paralleltransport eines raumartigen Vektors (speziell des Drehimpulses eines freien Gyroskops) durch die Nebenbedingung der Orthogonalität zum (vierkomponentigen) Geschwindigkeitsvektor. Die Thomas-Präzession ist ein Effekt der speziellen Relativitätstheorie, also einer Welt *ohne* Krümmung. Er kann verstanden werden als Effekt der Krümmung des →Geschwindigkeitsraums [133]. Die Thomas-Präzession ist für einen Teil der Feinstruktur der Spektrallinien verantwortlich.
Abb. 7.11, D.6 108, 206

träge Masse: Faktor, mit dem die Geschwindigkeiten gewichtet werden müssen, damit ihre Summe beim Stoß erhalten bleibt. Die so gewichtete Geschwindigkeit ist der Impuls. Damit führt jede Reaktion auf eine um so größere Geschwindigkeit, je kleiner die träge Masse ist. Sie kann deshalb als Widerstand gegen Beschleunigung angesehen werden. In der vierdimensionalen Welt enthält der Impulssatz den Satz von der Erhaltung der trägen Masse. 109

total unelastischer Stoß: Stoß, bei dem – bezogen auf den →Schwerpunkt – die kinetische Energie vollständig in innere Energie umgewandelt wird und das Stoßprodukt als ein Objekt mit der konstanten Geschwindigkeit des Schwerpunkts weiterläuft.
Gl. (3.1) 47

Transformation: allgemeine Bezeichnung für eine umkehrbare Abbildung, die also alle wesentlichen Eigenschaften erfaßt und im Bild darstellt. Speziell ist sie eine Form-

wandlung, oft der von einer Variablensubstitution betroffenen Größen; in der Gruppentheorie Automorphismus einer Gruppe $G = \{g\}$, erzeugt durch Multiplikation mit einem bestimmten Element $a \in G$, d.h., $T_a[g] = a^{-1}ga$.
Anhang A 163

Transitivitätsgebiet: Gebiet, das von einem Punkt erreicht werden kann, wenn er sich den Transformationen einer →Bewegungsgruppe unterwirft. Wenn $\mathcal{T} = \{T\}$ die Transformationsgruppe bezeichnet, ist das Transitivitätsgebiet eines Punktes P die Menge aller Punkte der Form $\{T[P], T \in \mathcal{T}\}$. Gehören alle Punkte zu einem Transitivitätsgebiet, heißt die Gruppe transitiv.
Anhang A 163

Uhr: mißt den Zeitablauf durch Zählen der Perioden entsprechender Vorgänge, deren Stabilität (Gleichförmigkeit) von dem Verhältnis der inneren Kräfte – die den Vorgang in seine periodische Form zwingen – zu den äußeren Kräften – welche die Uhr insgesamt beschleunigen oder verformen – bestimmt wird.
Kapitel 2 21

Uhrenparadoxon: →Zwillingsparadoxon.

Vektor: Vektoren sind durch ihre Algebra (**Vektor-Algebra**) definiert. Das ist eine Struktur von Operationen, die sowohl die Erläuterung einer (kommutativen) Addition untereinander als auch die einer distributiven und assoziativen Multiplikation mit Zahlen einschließt.
In diesem Buch wird der Begriff des Vektors nur in ganz anschaulichem Sinn benutzt. Ein Vektor ist durch eine Richtung und eine Länge bestimmt, er ist also in gewissem Sinne eine gerichtete Strecke. Er wird deshalb durch so viele Komponenten beschrieben, wie der Raum (die Welt) Dimensionen hat. So wie man die Elemente einer Gruppe durch quadratische Matrizen darstellen kann, kann man Vektoren als Matrizen der Spaltenzahl 1 darstellen. Vektoren werden dann wie allgemeine Matrizen komponentenweise addiert oder mit einem Zahlenfaktor multipliziert. Die Länge eines Vektors wird nach derselben Formel bestimmt, die auch zur Berechnung des Abstands genügend naher Punkte benutzt wird. Impulse und Feldstärken sind Vektoren. Während der Impuls aber zunächst immer zum bewegten Objekt gehört, ist die Feldstärke im ganzen Raum bestimmbar und variiert von Ort zu Ort. Wir sprechen dann von einem Vektorfeld. Die Reaktion der Vektoren auf Bewegungen zerfällt deshalb in Reaktionen auf Drehungen um den Definitionspunkt, die genauso einfach wie die Drehungen des Raums sind, und die Reaktion auf Translationen, die Parallelverschiebung heißt und bei Räumen mit Krümmung genauerer Untersuchung bedarf.
Abschnitt C.1 183

Vierervektor: bezeichnet einen vierkomponentigen Vektor in einer Raum-Zeit im Gegensatz zu einem dreikomponentigen Vektor des gewöhnlichen Raumes. Jede Richtung in einem Raum-Zeit-Diagramm entspricht einem Vierervektor. Die Identifizierung der vierten (Zeit-)Komponente eines sonst dreikomponentigen Vektors des gewöhnlichen Raums ist eine Aufgabe der relativistischen Kinematik. Die vierte Komponente der

Geschwindigkeit ist die Uhrenrate (Zeit des Inertialsystems gegen die Eigenzeit des Objekts). In der Galilei-Geometrie ist sie trivialerweise gleich Eins. Die vierte Komponente des Impulses ist die einerseits die träge Masse, deren Verhältnis zur Ruhmasse damit gleich der Uhrenrate ist, andererseits die Gesamtenergie des Objekts (→Äquivalenz von Masse und Energie). 47, 179

Welle: Erregung, die sich durch mikroskopische Kopplung räumlich ausbreitet. Die ideale Gleichung für die Ausbreitung einer Welle, die Wellengleichung, definiert eine Metrik der Raum-Zeit. Das Relativitätsprinzip impliziert, daß alle von den Wellengleichungen freier Wellen bestimmten Metriken der aus der Mechanik ableitbaren Metrik gleichen.
Kapitel 4 53

Wellengruppe: Erregungsimpuls, der als Superposition monochromatischer Wellen verschiedener Wellenlänge aufgefaßt wird. Hängt die Ausbreitungsgeschwindigkeit von der Wellenlänge ab, sind Gruppengeschwindigkeit und Phasengeschwindigkeit verschieden. Im allgemeinen wird die Energie mit der Gruppengeschwindigkeit transportiert. Deshalb kann man eine Wellengruppe als Äquivalent eines Teilchens ansehen.
Kapitel 4 53

Welt: Oberbegriff für Raum und Zeit. Beide Begriffe sind fundamental und entsprechen der unmittelbaren Erfahrung, daß Gegenstände angeordnet sind. Der Raum ist die Gesamtheit dieser möglichen und realen Anordnungen. Bewegung ist Änderung dieser Anordnungen, die dadurch relativ zueinander wiederum geordnet erscheinen. Diese Ordnung ist die Zeit. Es ist eine Aufgabe der Physik, diesen Ordnungen ein Maß zu geben, es ist eine Aufgabe der Mathematik, axiomatische Modelle für solche Anordnungen zu finden, in denen logisch einwandfreie Schlüsse gezogen werden können.

In der Relativitätstheorie ist die Welt ein zunächst formales Produkt aus Raum und Zeit, das durch die lokale Minkowski-Geometrie der Ereignisse und Weltlinien so unauflösbar wird, daß quantentheoretische Konstruktionen, die ihrerseits die Auszeichnung einer Zeit erfordern, Probleme bereiten.
Kapitel 2 21

Weltlinie: Kurve in einer Welt, die gegebenenfalls die Geschichte der Position eines Gegenstandes beschreibt.
Kapitel 2 21

Weyl,H.: 1885-1955, Mathematiker, trug zur Relativitätstheorie mit der Analyse unitärer Theorien bei. 32

Wirkung: Größe der physikalischen Dimension *Energie* × *Zeit* oder *Impuls* × *Weg*. Kurvensegmente im →Phasenraum werden durch ein **Wirkungsintegral** bewertet. Der aktuell realisierte Weg ergibt ein Extremum für diesen Wert. Von dieser Metrisierung des Phasenraums sollte alle andere Metrisierung ableitbar sein. 31

Wurf, harmonischer: →harmonischer Wurf

Zeit: Ordnungsrelation zwischen den Konfigurationen im Raum, die sich auf die Erfahrung einer manipulierbaren Zukunft und einer dokumentierbaren Vergangenheit stützt

(→absolute Zeit).
Kapitel 2 21

zeitartig: Zwei Ereignisse liegen zeitartig zueinander, wenn die Verbindungsgerade innerhalb der von den Ereignissen getragenen Lichtkegel verläuft. Ein →Vektor heißt zeitartig, wenn seine Richtung mit der einer solchen Verbindung zusammenfällt. Zeitartige Vektoren haben positive Betragsquadrate. Beispiele für einen zeitartigen Vektor sind Geschwindigkeit und Impuls eines Teilchens mit Ruhmasse. 69

Zeitdilatation: in der Relativitätstheorie Projektionseffekt zwischen zeitartigen Linien, die mit Uhren vermessen werden.
Abb. 5.11, 5.12 79

Zeitschale: raumartige Hyperfläche im vierdimensionalen pseudoeuklidischen Raum, Ort der Ereignisse, die vom Ursprung nach fester Eigenzeit erreicht werden.
Abb. 7.10 108

Zwillingsparadoxon: scheinbar paradoxer Schluß aus der Symmetrie der →Zeitdilatation.
Abb. 5.13, 5.14 81