Der inhomogene Kosmos I.[1]

Von D.-E.LIEBSCHER, Potsdam-Babelsberg

Mit 3 Abbildungen

1 Warum wir ein homogenes Universum unterstellen

Das Aristotelische Weltbild unterschied Himmel und Erde. In seinem Verständnis lief Bewegung auf der Erde gegen Schwere und Widerstand, Bewegung am Himmel dagegen wurde als ewig und unveränderlich angesehen. Erde und Himmel konnten also nicht homogen (d.h. gleichen Ursprungs) sein. Die Erde war ein besonderer Ort. Sie ist es noch, nur liegt die Besonderheit in ihrem aktuellen Bezug zu unserem Leben und nicht in den Gesetzen, die den Strukturen der Materie und ihrer Bewegung zugrundeliegen. Die moderne Naturwissenschaft beginnt mit der Einsicht, daß sich auch der Himmel nach den Gesetzen richten muß, die wir im irdischen Experiment suchen, erraten, formulieren und testen [3].

Diese Gesetze haben zunächst die Form eines mathematischen Modells der Wirklichkeit. Die Objekte dieses Modells bedürfen einer Interpretationregel oder Meßvorschrift, damit die Gültigkeit des Modells überprüft und seine Grenzen festgestellt werden können. Schließlich wollen wir die Theorie nicht nur im experimentell erreichbaren Rahmen sichern, sondern zur Prognose jenseits dieses Rahmens verwenden. Da es für diese Prognose keine Verifikation gibt, muß nach den Grenzen der Anwendbarkeit geforscht werden[2]. Der Versuch, global konsistente Lösungen im Rahmen der bekannten Theorie zu finden, ist einer der beiden Teile der Kosmologie. Er entspricht eben der Erwartung, daß es eine Weltordnung, einen Kosmos gibt, den die Theorie in ihrem Begriffsfeld so gut wie möglich darstellt. Könnten die Himmelskörper nicht beobachtet werden, gäbe es auch mehr nicht zu tun. Wir sehen aber mit unseren Teleskopen Planeten, Sterne, die Milchstraße, und schließlich das, was jenseits der Galaxis existiert – die Metagalaxis. Diese stellt sich zunächst als Raum dar, der von Galaxien verschiedener Gestalt und Anordnung abgesteckt wird. Ist die Metagalaxis nun das Weltall, das Universum, das Ding, zu dem es nichts Äußeres gibt, das Objekt, das unseren Kosmos realisiert? Selbst wenn wir die Metagalaxis als den prinzipiell beobachtbaren Raum verstehen wollen, ist die Metagalaxis noch nicht das Universum. Die Metagalaxis expandiert (Kasten 1) nämlich in einer Weise, daß ein Horizont entsteht,

[1] Dies ist der erste von zwei Artikeln, die den Leser in das Verständnis der aktuellen Bewertung der Strukturbildung einführen sollen.

[2] In diesem Sinne ist die Feststellung, daß die Newtonsche Mechanik erst bei Geschwindigkeiten korrigiert werden muß, die mit der Lichtgeschwindigkeit verglichen werden müssen, eine Verifikation der Newtonschen Mechanik im Bereich kleiner Geschwindigkeiten.

der die Metagalaxis als Teil des Universums begrenzt[3]. Das Licht der Objekte hinter dem Horizont hat uns noch nicht erreicht. Wir wissen nicht und können nicht wissen, was hinter dem Horizont vor sich geht, es gibt eben keine Wirkung der Prozesse hinter dem Horizont auf uns. Die Existenz eines Universums ist bereits eine Hypothese, die den zweiten Teil der Kosmologie trägt.

Expansion

Wir beobachten die Expansion des Universums als Geschwindigkeitsfeld der Galaxienverteilung, dessen Radialkomponente sich über einen Doppler-Effekt bemerkbar macht. Dieser Doppler-Effekt wird in einer Rotverschiebung z gemessen ($1 + z = \lambda_{\text{beobachtet}}/\lambda_{\text{gesendet}}$). Die Rotverschiebung nimmt mit der Entfernung zu und zeigt uns eine nahezu homogene Expansion. Das Expansionsgesetz lautet für unsere unmittelbare kosmische Umgebung (Distanz < 300 Mpc) einfach

$$\text{Radialgeschwindigkeit} = \text{Abstand} \ * \ \text{Hubble-Konstante}\ .$$

Die Größe der Hubble-Konstante H_0 ist noch immer offen. Die Beobachtung der ersten Cepheiden in den Galaxien des Virgo-Haufen läßt

$$H_0 \approx 80 \text{ km/s/Mpc}$$

erwarten [9]. Die verschiedenen systematischen Fehlerquellen werden aber immer noch nicht einheitlich beurteilt. Um die Antwort auf die Frage des genauen Wertes von H_0 aufschieben zu können, benutzt man in den betroffenen Formeln die Zahl h, die H_0 in der Einheit 100 km/s/Mpc angibt. $0.35 < h < 1$ ist das Intervall, in dem alle neueren Bestimmungen der Expansionsrate liegen.
Wir beschreiben diese Expansion als Relation zwischen physikalischen und mitexpandierenden Längen, etwa

$$L_{\text{physikalisch}} = R[t] L_{\text{mitexpandierend}}\ .$$

Die Wellenlängen sind in mitexpandierenden Koordinaten konstant, daher ist

$$1 + z[t_{\text{Emission}}] = \frac{R[\text{heute}]}{R[t_{\text{Emission}}]}\ .$$

Die Expansionsarate ist $H = \frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t}$, ihr heutiger Wert wird durch die Hubble-Konstante fixiert: $H_0 = H[\text{heute}]$.

Ein Test der globalen Eigenschaften der Naturgesetze im Sinne der Physik mittels Beobachtung des Universums ist nur möglich, wenn wir voraussetzen, daß die Metagalaxis (d.h. der prinzipiell beobachtbare Teil des Universums) repräsentativ für das Universum ist. Das heißt wieder, daß das Universum dazu wenigstens im

[3]Im einfachsten Modell ist der Horizont $R_{\text{Horizont}} \approx 10 \ldots 20$ Milliarden Lichtjahre entfernt.

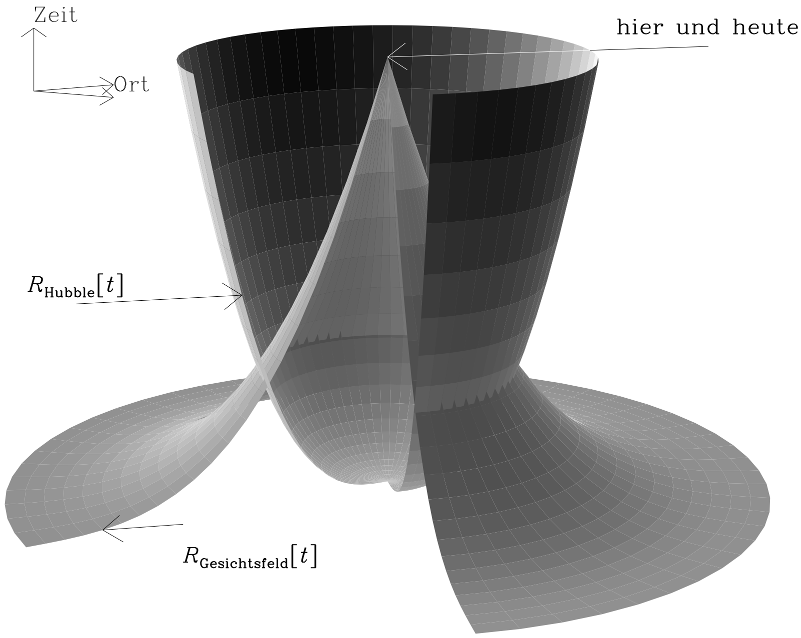

Abbildung 1: Gesichtfeld und Hubble-Radius
Der Blick in die Entfernung ist ein Blick in die Vergangenheit. Der Gesichtfeldkegel zeigt, wie tief in die Vergangenheit gesehen wird, wenn eine gegebene Entfernung fixiert wird. Zusammen mit diesem Gesichtsfeldkegel ist der Hubble-Kegel zu sehen, der zeigt, wie weit zu einer gegebenen Zeit lokale Prozesse wirken können.
Gezeigt ist der Verlauf in einem Einstein-deSitter-Kosmos ($H^2 = 8\pi G\varrho/3 \propto R^{-3}$). Das Gesichtsfeld wird mit der vergangenen Zeit immer größer, erreicht aber eine Grenze, überstreicht also prinzipiell nicht das gesamte Universum. Der Hubble-Radius wird mit der Zeit (in mitexpandierenden Koordinaten) immer größer und überholt alle Entfernungen. Im Vergleich zum Hubble-Radius werden alle mitexpandierenden Strukturen im Laufe der Zeit lokal, die kleinen zuerst, die großen zuletzt.

Großen homogen sein muß. Groß heißt dabei vergleichbar mit dem Horizont selbst[4] bzw. dem charakteristischen Radius der Expansion, dem Hubble-Radius (Kasten 2, Abb.1). Homogen, aus gleichgestalteter Wurzel, sollte das Universum ohnehin sein, damit es den Kosmos verwirklichen kann, aber auch das konkrete Erscheinungsbild sollte dies zeigen. Beides sind verschiedene Forderungen, beides kann nicht durch Beobachtung bewiesen, sondern bestenfalls zurückgewiesen werden. Es sind Postulate, Prinzipien, die vor dem physikalischen Teil der Kosmologie stehen und diesen über-

[4] Die Mikrowellenhintergrundstrahlung kommt aus einer Entfernung $R_{\text{MHS}} > 0.99\ R_{\text{Horizont}}$ und berichtet von einer Homogenität der Genauigkeit 10^{-5}.

haupt erst ermöglichen (kosmologisches Prinzip[5]).

Hubble-Radius und momentaner Horizont

Quantitative Bewertungen setzen eine Definition der Maßeinheit voraus. Dabei kann diese Maßeinheit frei erfunden sein. Bei einer qualitativen und deshalb physikalischen Bewertung muß die Maßeinheit etwas mit der physikalischen Situation zu tun haben, über die wir Aussagen treffen wollen. Sie muß eine tatsächliche Vergleichsgröße sein. Diese kann von Problem zu Problem variieren. In der Akustik ist eine Geschwindigkeit groß, wenn sie nahe der Schallgeschwindigkeit ist (oder größer). In der Relativitätstheorie ist sie groß, wenn sie die Größenordnung der Lichtgeschwindigkeit hat. Das Maß kosmologischer Längenskalen ist der Hubble-Radius $R_{\mathrm{Hubble}}[t] = c/H[t]$. Er ist im allgemeinen zeitabhängig. Der Hubble-Radius zeigt ungefähr an, über welche Entfernungen kleinskaligere Wechselwirkungen mit der Expansion gerade noch Schritt halten können. Er ist eine Art momentaner Horizont. Der tatsächliche Horizont ist ein Integral über die gesamte Vergangenheit bzw. Zukunft, das uns aber im folgenden nicht im Detail interessieren muß, und das uns beobachtungsseitig auch nicht unbedingt zugänglich ist, weil die Beobachtbarkeit von Strukturen erst mit dem Aufklaren des Universums beginnt. Heute ist $R_{\mathrm{Hubble}} \approx h^{-1}10^{10}$ Lichtjahre $\approx 3000\ h^{-1}$ Mpc. Galaxien sind also klein gegen den Hubble-Radius. Auch das Einzugsgebiet einer Galaxie, dessen Durchmesser durch den mittleren Galaxienabstand (heute 10^6 Lichtjahre) abgeschätzt werden kann, ist heute klein, aber nicht so klein, daß es in der Vergangenheit nicht einmal größer als der damalige Hubble-Radius gewesen ist. Im einfachsten Fall ist der Hubble-Radius in unserer Metagalaxis proportional $R_{\mathrm{Hubble}}[z] = R_{\mathrm{Hubbleheute}} * (1+z)^{-3/2}$, ein Galaxienabstand $L[z] = L_{\mathrm{heute}} * (1+z)^{-1}$. Wenn wir also die Geschichte einer Störung verfolgen, dann hat es Zeiten gegeben, wo die Reichweite der Störungen größer als der Hubble-Radius war. Unsere Kenntnis der Amplitude der Störung betrifft den Zeitpunkt, zu dem der Einzugsbereich der Störung vom Hubble-Radius überholt wird. Für Störungen kleiner Reichweite und Masse liegt dieser Zeitpunkt früher als für solche großer Reichweite und Gesamtmasse.

Die Unterstellung eines homogenen Universums als Realisierung eines Kosmos vereinfacht die kosmologischen Modelle. Zum einen ist die Gesamtentwicklung im Großen auf eine freie Funktion reduziert, den Expansionsparameter $R[t]$, zum anderen können wir das Universum durch ein Volumen ersetzen, dessen Grenzen mit der Expansionsbewegung fließen. Solche Grenzen könnten durch Galaxien abgesteckt sein, wenn deren Pekuliarbewegung vernachlässigt werden kann. Wegen der Homogenität kann über diese Grenzen hinweg nur ein streng bilanzierter Austausch thermodynamischer Größen stattfinden. Die Thermodynamik der im Universum ablaufenden Prozesse ist

[5] Im Einzelnen muß man Homogenität (Ortsunabhängigkeit) und Isotropie (Richtungsabhängigkeit) unterscheiden und gesondert behandeln. Wir wollen hier aber immer beides voraussetzen und für die Feinheiten etwa homogener, aber anisotroper kosmologischer Modelle auf die Lehrbücher verweisen.

so auf die Gesetze in einem adiabatisch abgeschlossenen expandierenden Volumen reduziert. Das ist eine erhebliche Vereinfachung.

Die Friedmann-Gleichung

Homogene isotrope Weltmodelle sind spezielle Lösungen der Einsteinschen Gleichungen. Sie werden durch die zeitabhängige Expansionsrate $R[t]$ und den Krümmungsindex k beschrieben. Die Raumschnitte (t = konstant) haben konstante, aber zeitabhängige Krümmung $kR^{-2}[t]$, deren Vorzeichen durch k indiziert wird. Die Einsteinschen Gleichungen vereinfachen sich für diesen Fall zu den Friedmannschen Gleichungen. Ihr erstes Integral ist die Bilanz

$$(\frac{1}{R^2}\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t})^2 + \frac{kc^2}{R^2} = \frac{\Lambda c^2}{3} + \frac{8\pi G}{3}\varrho \; .$$

Dabei ist Λ die kosmologische Konstante (die sowohl ein Grundniveau der Weltkrümmung als auch eine Vakuumenergiedichte repräsentieren kann) und ϱ die Massendichte, die eine Funktion von R wird, wenn wir barotrope Zustandsgleichungen $p = p[\varrho]$ für die einzelnen Komponenten der Massenverteilung unterstellen können. Die Funktion $\varrho = \varrho[R]$ erhält man für jede Komponente durch Integration des Energiesatzes $R[t]^3 \mathrm{d}\varrho = -3R^2 \mathrm{d}R(\varrho + p[\varrho]c^{-2})$. Druckfreie (nichtrelativistische) Materie verdünnt sich deshalb wie $\varrho \propto R^{-3}$, relativistische Materie (Strahlung) wie $\varrho \propto R^{-4}$. Das Vergleichsmaß ist die Dichte, die allein in der Lage ist, die gemessenen Expansionsrate auszutarieren. Wir nennen sie kritische Dichte und schreiben

$$\varrho_{\mathrm{kritisch}} = 3H_0^2/(8\pi G) \approx 1.88 \; 10^{-26} \; h^2 \; \mathrm{kg \; m^{-3}} \; .$$

Normieren wir alle Terme auf diese kritische Dichte und den heutigen Expansionsparameter $R_0 = R(1+z)$, so schreiben wir

$$H^2[z] = H_0^2 \left(\lambda_0 - \kappa_0(1+z)^2 + \Omega_0(1+z)^3 + \omega_0(1+z)^4\right) \; . \qquad (1)$$

Für große z, d.h. in der fernen Vergangenheit, dominiert die Strahlung, falls keine die Mischung korrigierenden Phasenübergänge zwischen den Komponenten stattfinden. Ist die kosmologische Konstante von Null verschieden, so ist der deSitter-Kosmos die Grenze für späte Zeiten.

Die Expansion des Universums kann nicht als Bewegung an größeren Meßgeräten vorbei verstanden werden, diese gibt es nicht, das Universum enthält eben alles. Das Universum expandiert nicht in den Raum, es ist der expandierende Raum selbst. Expansion heißt ausschließlich, daß am Verlauf von vergleichsweise kleinskaligen Teilbewegungen festgestellt werden kann, daß sich die metrischen Abstände zwischen den großen Objekten im Kosmos, den Galaxien und Galaxienhaufen, im Mittel vergrößern, und dies um so schneller, je weiter die Galaxien voneinander entfernt sind. Die Expansion ändert den Himmelsanblick, d.h. die scheinbaren Örter der Galaxien, nicht, wenn man sich auf einer solchen Galaxie befindet. Definiert man die Koordinaten im Raum durch Navigation, d.h. eben durch diesen Himmelsanblick, dann sind die Koordinaten der Galaxien unabhängig von der Expansion und ändern sich nur bei einer Pekuliarbewegung, die den idealen Zustand stört, im weiträumigen Mittel aber an Bedeutung verliert. Wir können – unter dem Vorbehalt der Pekuliarbewegung – das Feld der Galaxien als Bezug aller räumlichen Koordination ansehen und sprechen dann von mitbewegten oder mitexpandierenden Koordinaten. Die Expansion ist deshalb eben eine Veränderung der mikroskopischen Maßstäbe[6] gegen den „mittleren Galaxienabstand“ [7]. Während die Lichtgeschwindigkeit nach der Erfahrung der Relativitätstheorie in mikroskopischen Einheiten eine Konstante ist, nimmt sie in der Einheit „mittlerer Galaxienabstand pro Zeit“ durch die Expansion ständig ab. Sei die Längenangabe $L_{\text{mitexpandierend}}$ der Abstand in solchen „mittleren Galaxienabständen heute“, dann ist

$$L[t] = \frac{R[t]}{R_{\text{heute}}} L_{\text{mitexpandierend}}[t] \tag{2}$$

der in physikalischen Einheiten wachsende Abstand. Verglichen wird dieser physikalische Abstand mit den Charakteristika der Atome und Kristalle (eben dem Meter), aber nicht durch einfaches Anlegen, sondern durch Bestimmung scheinbarer Größen, Helligkeiten und der expansionsbedingten kosmologischen Rotverschiebung der Spektrallinien. Diese Rotverschiebung z entspricht dem Doppler-Effekt, der bei Vergrößerung des Abstands zwischen einem Sender und dem Beobachter entsteht[8] [1]. Ist der mitexpandierende Abstand fest, d.h., interessieren wir uns nicht für Pekuliarbewegungen, dann ist der mitexpandierende Abstand einfach gleich dem heutigen Abstand, $L_{\text{mitexpandierend}} = L_{\text{heute}}$.

Die Expansionsbewegung selbst wird durch das Gravitationsgesetz gesteuert, das die mittlere Krümmung der vierdimensionalen Welt der Dichte von Energie und Impuls proportional setzt. Für den Fall eines homogenen isotropen Kosmos enthält die

---

[6] Das Urmeter ist ein solcher Maßstab, der im wesentlichen ein Vielfaches des Bohrschen Atomradius darstellt. Die SI-Einheit der Länge gründet sich auf die Existenz der charakteristischen Energien eines Atoms und die Definition der Lichtgeschwindigkeit.

[7] S.von Hoerner stellt hier die Frage, ob die Expansion einen Dynamo treiben kann, wenn dieser durch entspechende Zugseile mit zwei betroffenen Galaxien verbunden ist. Die Antwort ist positiv, wenn die Expansion nicht zu schnell ist und die Seillänge das mikroskopische Längennormal darstellen kann (die Entfernung der Galaxien also noch klein gegen den Horizont ist).

[8] Zeigen Sender und Empfänger keine Pekuliarbewegung, wird die Verschiebung z der Wellenlänge durch das Verhältnis der Expansion bestimmt:

$$1 + z = \lambda_{\text{beobachtet}}/\lambda_{\text{gesendet}} = R[t_{\text{Beobachtung}}]/R[t_{\text{Sendung}}]$$

Es wäre problematisch, von bewegtem Sender zu reden, weil das großräumig angepaßte Koordinatensystem von den mitexpandierenden Koordinaten aufgebaut wird, und unsere Galaxien bis auf die Pekuliarbewegung, die hier aber gerade nicht gemeint ist, in den mitexpandierenden Koordinaten ruhen. Ist der mitexpandierende Abstand von Beobachter und Sender fest, so gilt für den Lichtweg $s = c(t_0 - t_{\text{Emission}}[t_0])$ die Formel

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t_0} = c\,(1 - \frac{R[t_{\text{Emission}}]}{R_0}) = c\,\frac{z}{1+z}\ .$$

Sieht man nun $v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t_0}$ als Fluchtgeschwindigkeit an, dann findet man die Formel für den Galileischen Dopplereffekt bei bewegtem Empfänger.

Krümmung der Welt das Quadrat der Expansionsrate $H[t]$ und die Krümmung des Raums, während der Energie-Impuls-Tensor die reelle und die virtuelle[9] Dichte enthält (Kasten 3).

Man kann sagen, daß die Expansionsrate durch Raumkrümmung, reelle und virtuelle Materie bilanziert wird [7, 8, 5, 6]. Die Massendichte wird sich dabei aus verschiedenen Komponenten zusammensetzen, die sich durch ihre Zustandsgleichung unterscheiden[10]. Nach dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik verdünnen sich die Komponenten um so schneller, je größer ihr spezifischer Druck ist, d.h., je mehr Arbeit bei der Expansion von der jeweiligen Komponente geleistet wird. Drei Komponenten spielen die Hauptrolle: Strahlung, druckfreier „Staub“[11] und das physikalische Vakuum. Die Komponente mit dem größten spezifischen Druck ist dabei die Strahlung[12] ($p = \frac{1}{3}\varrho c^2$), die selbst wieder aus verschiedenen Teilen zusammengesetzt sein kann. Die Wärmestrahlung ist heute noch meßbar. Da sie sich im Laufe der Expansion des Universums wie R^{-4} verdünnt hat, muß sie die Vergangenheit bestimmt haben. Die Komponente mit dem Druck Null verdünnt sich dagegen nach dem ersten Hauptsatz nur proportional R^{-3} und muß deshalb von einem bestimmten Zeitpunkt an überwiegen. Setzt sich die Materie im Kosmos aus „Staub“ und Strahlung zusammen, so haben wir in der Frühphase mit einem Strahlungskosmos, in der Spätphase aber mit einem Staubkosmos zu rechnen.

Ungewöhnlicher in seinem Verhalten ist das Vakuum. Vakuumkomponenten haben im allgemeinen die Zustandsgleichung

$$p = -\varrho c^2 \; . \tag{3}$$

Diese Zustandsgleichung ist unabhängig vom speziellen Modell, das für das Vakuum eingerichtet werden kann[13]. Flüssigkeiten mit negativem Druck haben nun merkwürdige Eigenschaften. Die merkwürdigste ist, daß sich Komponenten mit der Zustandsgleichung (3) bei Expansion nicht verdünnen. Der erste Hauptsatz für adiabatische Prozeßführung (*Änderung des Produkts aus Energiedichte und Volumen = – Produkt*

---

[9] Wir nennen eine Materiekomponente reell, wenn ihr effektiver Druck nicht negativ wird, ein thermodynamisches Gleichgewicht also möglich ist. Komponenten mit negativem Druck sind virtuell in dem Sinne, daß sie von unbeständigen Objekten (z.B. strings) oder virtuellen Teilchen (etwa dem durch die Quantentheorie definierten Vakuum) begründet werden oder daß sie aus Gründen einbezogen werden, die nicht aus der konventionellen Thermodynamik stammen. So stellt man die kosmologische Konstante (d.h. das Grundniveau der Weltkrümmung) auf die rechte Seite der Gleichung.

[10] Die Zustandsgleichung beschreibt die Abhängigkeit des Drucks p von Dichte ϱ, Temperatur T und Zusammensetzung der Komponente. Solange wir keine Umsetzungen zwischen den Komponenten beobachten, ist die Expansion adiabatisch, und Temperatur und Zusammensetzung können eliminiert werden. Für die Zwecke der Entwicklung des kosmologischen Modells rechnen wir also hier mit Zustandsgleichungen der Form $p = p[\varrho]$.

[11] Allgemein ist der Druck für ein Gas, dessen thermische Energie pro Teilchen klein gegen die Ruhenergie ist, auch vernachlässigbar gegen die Gesamtenergiedichte, die ja die Ruhenergie einschließt. „Staub“ heißt in unserem Zusammenhang nur, daß dies der Fall ist. Wir können Galaxien, ja selbst Galaxienhaufen als Teilchen eines solchen „Staubs“ auffassen. In numerischen Simulationen der Strukturbildung wird dies auch getan.

[12] Allgemein hat jedes Gas aus Teilchen, deren thermische Energie ihre Ruhenergie übersteigt ($kT \gg m_0 c^2$), diese Zustandsgleichung.

[13] Die Unabhängigkeit vom Modell ist eine Folge der Relativitätstheorie. Wenn das Vakuum die beobachtete Relativität nicht stören kann, hat es die angegebene Zustandsgleichung

aus Druck und Änderung des Volumens) bestimmt mit der Zustandsgleichung (3), daß die Partialdichte einer solchen Komponente konstant bleiben muß. Ihr Beitrag zur Friedmann-Gleichung ist eine Konstante, die man mit dem üblichen Salzkorn auch als kosmologische Konstante bezeichnen kann.

Den Wert der Vakuumenergiedichte heute wie auch die Krümmung des Raums können wir nicht unmittelbar messen, aber die Strahlungsdichte und die Dichte der ponderablen Materie können wir schätzen. Der Bezugswert ist die kritische Dichte[14]. Mit konservativen Schätzungen für die Masse-Leuchtkraft-Beziehung der verschiedenen Galaxientypen und einfacher Zählung erhält man eine Dichte der ponderablen Materie von etwa $10^{-28\ldots-27}$ kg m^{-3}. Das entspricht einem Dichteparameter (Kasten 3) $\Omega_0 = 0.01\ldots0.3\ h^{-2}$. Die Wärmestrahlung, die das gesamte Universum homogen durchflutet, hat der Satellit COBE als Mikrowellenhintergrund vermessen. Ihre Temperatur beträgt heute $T_{\rm heute} = 2.735 \pm 0.006$ K. Das Maximum der Intensität liegt nach dem Wienschen Verschiebungsgesetz bei der Wellenlänge $\lambda_{\rm max} = 1.38$ mm (also in dem Bereich, in dem auch ein Mikrowellenherd arbeitet). Die Energiedichte zu dieser Temperatur gibt einen momentanen Dichteparameter

$$\omega_{\rm Mikrowellenhintergrund} = 8\pi G a T^4/(3c^2 H_0^2) \approx 10^{-5}\ h^{-2}\ . \qquad (4)$$

Unter Einschlußder Neutrinos – so sie alle masselos sind – ist $\omega_{\rm gesamt} = 4.3\ 10^{-5}\ h^{-2}$. So klein dieser Wert auch ist, bei einer Expansion von $R < 10^{-5} R_{\rm heute}$ war die Strahlung der bestimmende Beitrag der Bilanz. Darüber hinaus gab es damals keine Atome, und die Elektronen waren alle frei. Die deshalb hohe Wechselwirkungsrate der Photonen machte das Universum undurchsichtig. Erst mit der Bildung neutraler Atome bei einer Expansion von $R \approx R_{\rm heute}/1100$ klarte das Universum auf. Die Strahlung kühlte sich mit der Expansion der Metagalaxis auf den heute beobachteten Wert ab. Schwankungen in der Dichte, dem Gravitationspotential und der lokalen Pekuliargeschwindigkeit verändern den heute zu erwartenden Meßwert. Solche Schwankungen hat man bis 1992 vergeblich gesucht. COBE hat sie gefunden [2]. Sie haben eine relative Amplitude von nur $\delta \approx 10^{-5}$. Damit ist die Homogenität im Bereich der Metagalaxis eindrucksvoll bestätigt.

2 Warum die Homogenität gerade so unbegreiflich ist

Die Metagalaxis ist inhomogen[15]. Es ist keine besondere mathematische Analyse nötig, um Galaxien, Galaxienhaufen, Filament- und Schaumstrukturen (Abb.2) zu erkennen [10]. Nun ist es eine schöne Erkenntnis, daß man von diesen „Feinheiten“ im

[14] Die kritische Dichte ist durch die Expansionsrate definiert: $\varrho_{\rm kritisch} = 3H_0^2/(8\pi G) \approx 1.88\ 10^{-26}\ h^2$ kg m^{-3}. Hat die Dichte diesen Wert, so kann sie allein (ohne Krümmung und virtuelle Dichte) dem Quadrat der Expansionsrate die Waage halten.

[15] Auch diese Inhomogenität ist a priori notwendig, wenn das aktuelle Universum mit dem theoretischen Kosmos verglichen werden soll. Homogenität kann man nur „messen“ gegen identifizierbare Objekte, also Inhomogenitäten. Die Inhomogenität der Metagalaxis macht Beobachtungen und ihre Interpretation überhaupt erst möglich.

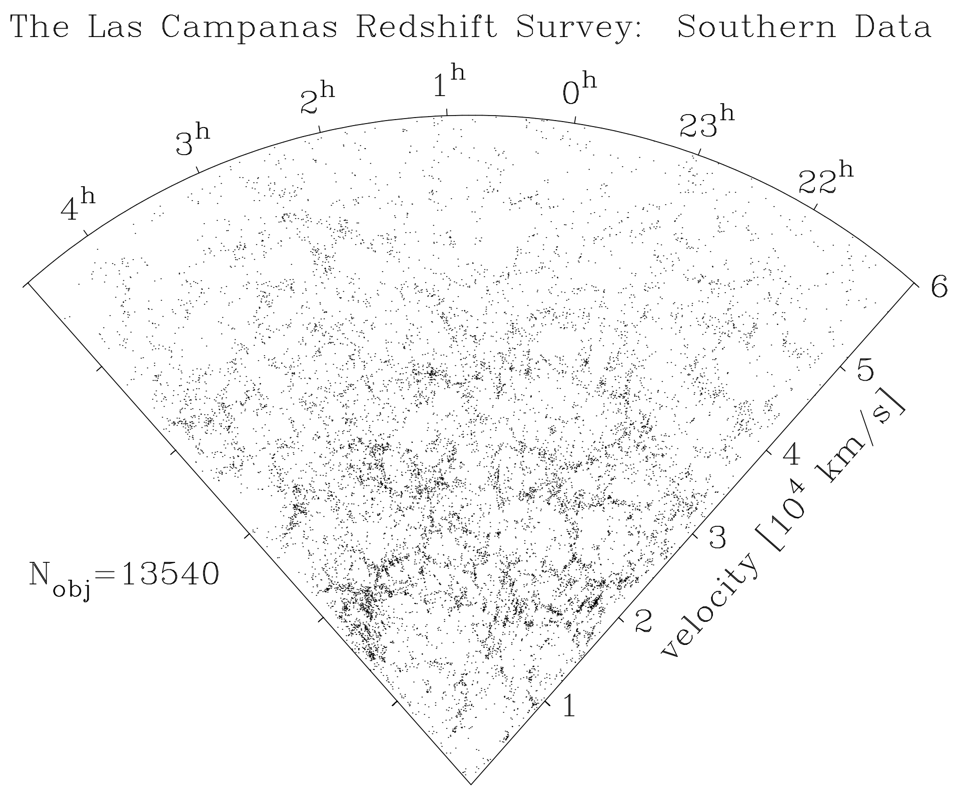

Abbildung 2: Großräumige Struktur
Schnitte durch die Galaxienverteilung zeigen eine Schaumstruktur, deren Auswertung allerdings nicht so eindeutig ist, wie es auf den ersten Blick scheint. Die gezeigte Scheibe stammt aus dem Las Campanas Redshift Survey und wurde von D.Tucker bearbeitet. Die Punkte sind Galaxien in der Scheibe ... Die auf den ersten Blick sichtbaren leeren Gebiete haben einen typischen Durchmesser von etwa 30 h^{-1} Mpc. Die Sicht reicht bis zu einer Rotverschiebung von 0.2, viermal tiefer als die ersten Darstellungen von Geller und Huchra 1986.

Großen absehen kann. Sie wird aber damit bezahlt, daß jetzt nach einer Erklärung für ihre Existenz gesucht werden muß. Eine theoretische Konstruktion ist nötig, die die beobachteten Strukturen als Folge der Entwicklung des Universums und der Entwicklung im Universum erklärt. Dabei kann man sicher nicht erwarten, daß das gegebene Erscheinungsbild des Universums aus der Theorie folgt. Vielmehr werden wir uns mit generalisierenden Eigenschaften der Verteilung der Masse zufriedengeben müssen. Wir sollten auch nicht mehr erwarten. Ist die Entwicklung nämlich nicht chaotisch, d.h. gut berechenbar, dann war das Universum zu früheren Zeiten so kompliziert wie heute und wir können ohnehin auf dieser Ebene nichts erklären, sondern müssen generalisierende Größen betrachten und auf Aussagen für deren Entwicklung hoffen. Ist die Entwicklung aber chaotisch, dann werden ohnehin nur bestimmte Teile des Geschehens vorhersagbar, berechenbar, und wir stehen vor dem gleichen Problem, diese zu quantifizieren.

Es gibt nur eine Kraft, deren effektive Reichweite groß genug ist, um die Massen zu sammeln und zu binden, die in den Galaxien, den Galaxienhaufen und den großen Strukturen in Erscheinung treten. Das ist die Gravitation. Die Schwerkraft wandelt die kleinen Störungen der Homogenität in die beobachteten Strukturen um, sobald sie nicht durch andere Kräfte gehindert wird [4].

Zwei Zeiten bestimmen deshalb das Schicksal einer zufälligen Störung der homogenen Dichteverteilung. Zum einen ist das die Zeiteinheit des freien Falls,

$$\text{Fallzeit} = \sqrt{\frac{\text{Weg}}{\text{Beschleunigung}}} \approx \sqrt{L\frac{L^2}{Gm}} \approx \sqrt{\frac{1}{G\varrho}} \approx \frac{1}{H} \ .$$

Sie hängt mit $H[t]$ von der Zeit, aber nicht von der Ausdehnung L unserer Störung ab. Die zweite Zeit ist die Zeiteinheit der Schallausbreitung. Ein homogenes Medium wird instabil gegen gravitative Kondensation, wenn der Aufbau von Druck im kontrahierenden Medium langsamer als der freie Fall ist, d.h., wenn die Zeit für den freien Fall eines Teilchens am Rand einer Wolke nicht ausreicht, um einen akustischen Hilferuf ins Zentrum der Wolke zu senden, der Gegendruck anfordert. Wir schreiben

$$\text{Schallzeit} = \frac{\text{Weg}}{\text{Schallgeschwindigkeit}} \ .$$

Diese Zeit hängt von der Ausdehnung der Störung wie vom thermodynamischen Zustand des Komponentengemisches ab. Die Längenskala, bei der gerade beide Zeiten gleich sind, ist die Jeans-Länge

$$\text{Jeans-Länge} = \text{Schallgeschwindigkeit} * \text{Fallzeit} = \frac{\text{Schallgeschwindigkeit}}{\text{Expansionsrate}} \ .$$

Störungen mit einer größeren typischen Ausdehnung können weiter wachsen, Störungen mit kleineren Ausdehnungen nicht. Ist die kontrahierende Materiekomponente kalt[16] und neutral, ist die Schallgeschwindigkeit von der Größenordnung der thermischen Geschwindigkeit $v_{\text{thermisch}} = \sqrt{\frac{3kT}{2m_0}}$. Ist die kontrahierende Komponente aber geladen und reagiert sie heftig mit einem genügend dichten Photonengas, dann muß man die Lichtgeschwindigkeit ansetzen. Die Jeans-Länge ist dann also wesentlich größer, nämlich von der Größe des momentanen Hubble-Radius selbst. Wenn wir großzügig sind, zählen wir für eine Störung, deren Reichweite kleiner als der momentane Hubble-Radius ist, drei Schicksale.

[16] Bezugspunkt für kalt oder heiß ist hier die Ruhmasse der Teilchen. Bei Temperaturen $kT \ll m_0c^2$ ist es kalt, bei $kT \gg m_0c^2$ dagegen heiß. In diesem Sinne ist das Photonengas immer heiß.

- Eine Störung wächst nicht, solange der Kosmos noch von Strahlung dominiert ist. Die gemessene Hintergrundtemperatur unterrichtet uns mit (4), daß diese Zeit bei der Rotverschiebung $\frac{R_{\text{heute}}}{R_{\text{Übergang}}} = z_{\text{Übergang}} \approx 25000$ zu Ende geht.
- Sind die Teilchen der betroffenen Komponente geladen, dann wächst die Störung vor dem Aufklaren nicht. Wieder sagt uns die Temperatur der Hintergrundstrahlung, daß diese Zeit bei der Rotverschiebung $\frac{R_{\text{heute}}}{R_{\text{Aufklaren}}} = z_{\text{Aufklaren}} \approx 1100$ endet.
- Nach dem Aufklaren wachsen die Störungen und bilden Strukturen, bis sie eventuell durch lokal aufgebauten Druck (Rückheizung oder Fragmentation und Virialisierung) nach der Strukturbildung zum Stehen gebracht werden.

Die Störungen wachsen jedoch nicht exponentiell, wie in einem ruhenden Substrat, sondern nur nach einem Potenzgesetz, weil die Expansion des Universums dem Wachstum entgegenwirkt, das Wachstum bremst. Sie wachsen (zumindest im einfachsten Fall, dem „staub“-dominierten Einstein-deSitter-Kosmos) typischerweise wie die Expansion selbst,

$$\text{Störung} = \text{Anfangsstörung} * \frac{\text{Expansion}}{\text{Anfangsexpansion}} = \delta[t_{\text{Anfang}}] \frac{R[t]}{R[t_{\text{Anfang}}]} \ .$$

Das ist das eigentliche Problem. Da das Universum heute nur etwa 1000 mal größer ist, als es zum Zeitpunkt des Aufklarens war, können auch die Störungen nicht mehr als um den Faktor 1000 gewachsen sein, aus 10^{-5} wird nur 10^{-2}, und die Homogenität sollte immer noch nur wenig gestört sein.

Die Isotropie der Hintergrundstrahlung ist darüber hinaus janusköpfig: Sie schafft auch ein Problem für das Verständnis der Frühgeschichte des Universums. Es taucht auf, wenn man die Frage stellt, weshalb der Hintergrund so isotrop ist, wenn man also einen allgemeineren Grund sucht und die Störungen nicht einfach als Gegebenheit akzeptiert. Die einfachste Antwort sollte die Thermodynamik geben: Die Freiheitsgrade dieser Störungen sollten zu gegebener Zeit im thermischen Gleichgewicht mit den anderen Materieformen im Universum gewesen sein und sich auf die kleinen Werte zum Zeitpunkt des Aufklarens abgekühlt haben. Das funktioniert aber nicht. Die Schwäche der gravischen Wechselwirkung erfordert hohe Amplituden im Gleichgewicht, die sich bei weitem nicht so verhalten können, daß es einen Zeitpunkt gibt, zu dem das Universum so homogen ist, wie wir es in der Hintergrundstrahlung beobachten. Das Programm eines „chaotischen Anfangs“ hat unmittelbar nicht den erhofften Erfolg.

Die Aufgabe der Theorie ist also dreigeteilt. Zuerst sucht sie eine Begründung für Anfangswerte des Störungsspektrums in der extremen Frühgeschichte des Universums. Danach muß sie die Entwicklung der Störungen bis zum Aufklaren verfolgen, wo diese zum ersten Male direkt beobachtet werden können. Schließlich muß sie zeigen, wie aus diesen kleinen Störungen die beobachteten Strukturen in der Galaxienverteilung entstanden sein können.

3 Inflation statt Chaos: Das unterkühlte Universum

Seit 1980 glaubt man – auch aus anderen Gründen –, daß das Universum durch eine Phase exponentieller Expansion gelaufen ist, die Inflation. Diese Inflation hat zur Folge, daß sich das Universum sehr stark abkühlt. Dabei werden auch zumindest die für unsere Metagalaxis wichtigen Freiheitsgrade der Störungen auf eine dem absoluten Nullpunkt äquivalente Temperatur[17] abgekühlt. Das Universum geht nach dieser Vorstellung also unabhängig von seiner Vorgeschichte durch eine Phase tiefer Temperatur, die einen einheitlichen Anfangszustand für die Entwicklung in den folgenden Zeiten herstellt [5].

Die Expansionsrate H war zur Zeit der Inflation sehr groß, der Hubble-Radius $R_{\text{Hubble}} = c/H$ also sehr klein (etwa $10^{8\cdots10}$ Plancksche Längen), dabei auch nahezu konstant. Heute relevante Längenskalen L_{heute} wachsen mit der Expansion in der Zeit der Inflation über den Hubble-Radius hinaus (Abb.3). Damit wird die mikroskopische Wechselwirkung auf diesen Skalen unterdrückt, der Hubble-Radius beschreibt ja gerade den momentanen Horizont solcher Wechselwirkungen. Zu jeder Längenskala L_{heute} gehört ein solcher Zeitpunkt, zu dem die Länge $L[t] = L_{\text{heute}} * R[t]/R_{\text{heute}}$ von Gleichung (2) über den Hubble-Radius $R_H[t] = c/H[t]$ hinauswächst. Je größer die Skala, desto früher überholt sie den Hubble-Radius. Können wir nun akzeptieren, daß die Temperatur bereits auf unwesentliche Werte gefallen ist, dann tragen die Freiheitsgrade der momentan ausfrierenden Skala die Nullpunktsenergie, die die Quantentheorie fordert:

$$E_{\text{Nullpunkt}} = \frac{1}{2}\hbar c \frac{2\pi}{L} = \pi\hbar H \ .$$

wenn wir den Zeitpunkt im Auge haben, Nun wird sich diese Energie nur noch über Prozesse ändern können, die das ganze Universum umfassen, also durch das kosmologische Modell beschrieben werden. Damit erhalten wir ein Energiespektrum über die durch L_{heute} zeitunabhängig charakterisierten Skalen. Die Energien sind wesentlich kleiner, als eine chaotische Theorie ohne Inflation fordert. Das Problem, frühe Störungen so zu dämpfen, daß sich die beobachtete Isotropie der Mikrowellenhintergrundstrahlung einstellt, besteht nicht mehr. Dafür müssen die Nullpunktschwankungen am Ende der Inflation nun verstärkt werden, damit sich die 10^{-5} der Mikrowellenhintergrundstrahlung ergeben. Dies erweist sich aber aus theoretisch einfach möglich.

Der Anfangspunkt der Berechnung ist also nicht irgendein Zeitpunkt in der Nähe der Singularität oder der Planck-Zeit, sondern die Inflationsphase, in der die relevanten Störungen der Homogenität die Größe des von dem durch die Quantenphysik verlangten Minimums haben. Die Störungen $\frac{\delta M}{M}$ werden also auf Nullpunktsschwankungen zurückgeführt. Die Amplituden der Nullpunktschwankungen sind von ihrer

[17] Dem absoluten Nullpunkt äquivalent ist eine Temperatur dann, wenn das Produkt kT kleiner als die wesentlichen Anregungsenergien im System ist. In unserem Fall werden diese durch den Hubble-Radius zur Zeit der Inflation bestimmt. In den einfachen Modellen der Inflation liegt kT gerade soweit unter der Curie-Temperatur des Vakuums, wie diese unter der Planck-Temperatur liegt, also nur 4 Größenordnungen: $kT_{\text{Gibbons-Hawking}} = (kT_{\text{GUT}})^2/kT_{\text{Planck}}$.

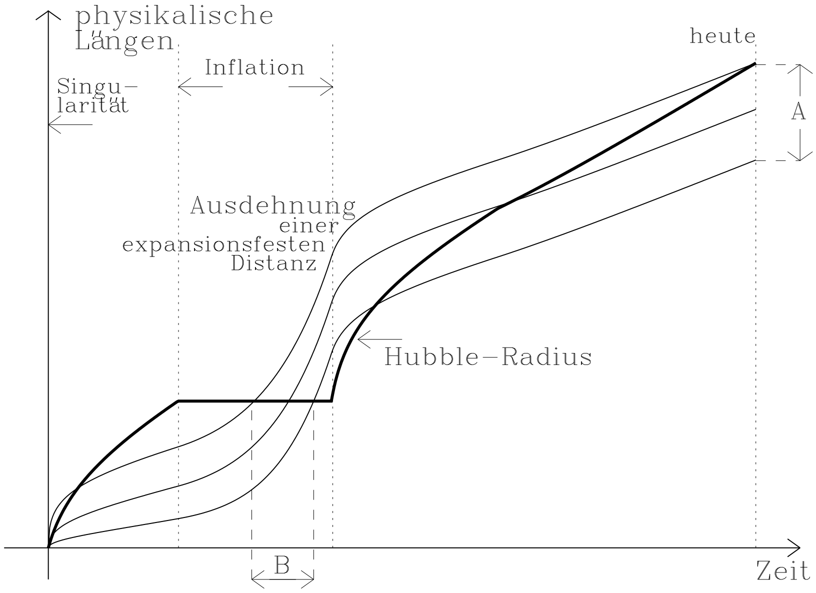

Abbildung 3: Störungsentwicklung

Die Abbildung zeigt für ein Schnittmuster aus Strahlungskosmos, Inflationsphase, (rückgeheiztem) Strahlungskosmos und Spätphase den Verlauf des Hubble-Radius $R_{\mathrm{Hubble}} = c/H[t]$ und die Ausdehnung dreier Skalen (in physikalischen Koordinaten) $L[t] = L_{\mathrm{heute}} \frac{R[t]}{R_{\mathrm{heute}}}$. Die Maßstäbe in Raum und Zeit sind logarithmisch, in der Nähe der Nullstellen von R und t aber linear.

Aus Sicht der Rückrechnung ist die Inflation eine Atempause vor Erreichen der Singularität des Standardmodells. Aus Sicht der Vorwärtsrechnung dagegen eine Phase exponentieller Expansion, die alle mitexpandierenden Skalen den lokalen Wechselwirkungen entzieht.

In der Inflationsphase bleibt der Hubble-Radius in physikalischen Koordinaten nahezu konstant. Die verschiedenen Skalen werden durch die Expansion über den Hubble-Radius hinausgetrieben. Im anschließenden Geschichtsabschnitt wächst der Hubble-Radius wieder schneller als die expandierenden Skalen und holt sie wieder ein.

Die größten Skalen überholen den Hubble-Radius in der Inflationsphase zuerst und fallen in der Spätphase als letzte unter den Hubble-Radius. Sie „messen“ die Inflation in einem früheren Abschnitt als die kleineren Skalen, die in der Inflation den Hubble-Radius erst später überholen und entsprechend früher wieder unter den Hubble-Radius fallen. Der Bereich A der Ausdehnungen, zu denen die Amplitude der Inhomogenität bestimmt werden kann, entspricht einem Bereich B der Inflation.

charakteristischen Längenskala unabhängig, weil man jede Skala zu der Zeit bestimmen muß, wenn sie den Hubble-Radius überholt. Dieser wiederum ist nahezu konstant, wenn dies geschieht. Ebenso wichtig ist es, daß die Entwicklung einer Störung außerhalb des Hubble-Radius eine skalenunabhängige Verstärkung ist, die man den gewaltigen Umsetzungen am Ende der Inflation zuschreiben kann. Die Startwerte der Störungen sind beim Überholen des Hubble-Radius alle gleich ($E_{\mathrm{Nullpunkt}} = \pi\hbar H$ ist zeitunabhängig), weil dieses Überholen in der Inflationsphase stattfindet. Wenn der Hubble-Radius später seinerseits die relevanten Längenskalen überholt – und dies geschieht wiederum nicht zu einem gemeinsamen Zeitpunkt, sondern zu einer von der betreffenden Skala abhängigen Zeit $t_{\mathrm{Eintritt}}[L_{\mathrm{heute}}]$ –, sind die Störungen dann wieder im wesentlichen alle gleich. Die Feinheiten des Störungsspektrums lassen deshalb – zumindest im Grundsatz – auf die Feinheiten des Ablaufs der Inflation schließen. Das Intervall der Inflation, das tatsächlich mit dem heutigen Inhomogenitätenspektrum beobachtet wird, wird durch die Einzugsbereiche der den primordialen Schwankungen direkt zurechenbaren Strukturen begrenzt (Abb.3). Hätten wir genügend genaue Daten über das Spektrum der Störungen zum Zeitpunkt des Aufklarens, könnten wir aus ihnen direkt auf den Zeitverlauf $H[t]$ im betroffenen Intervall schließen.

Im zweiten Teil wird die Entwicklung nach dem Aufklaren, die Bewertung des Spektrums der Inhomogenitäten und der Schluß auf die dunkle Materie beschrieben.

Literatur

[1] DORSCHNER,J., GÜRTLER, EDS. (1993): Sonderheft Doppler-Effekt, *Die Sterne* **69**, .

[2] FIENBERG,R.T. (1992): COBE confronts the big bang, *Sky & Telescope* **92/7**, 34-35.

[3] FISCHER,G. (1995): Der Wandel unserer Vorstellungen vom Kosmos, *Die Sterne* **71**, 227-241.

[4] FRÖHLICH,H.-E. (1986): Aufbau und Entwicklung des Weltalls, VIII. Strukturbildung im Kosmos, *Die Sterne* **62**, 97-104.

[5] LIEBSCHER,D.-E. (1984): Aufbau und Entwicklung des Weltalls, VI.Das inflationäre Universum, *Die Sterne* **60**, 153-162.

[6] LIEBSCHER,D.-E. (1993): Rund um das Universum, *Die Sterne* **69**, 3-14.

[7] LOTZE,K.H. (1983): Aufbau und Entwicklung des Weltalls, IV.Die theoretischen Grundlagen der Kosmologie, *Die Sterne* **59**, 140-145.

[8] LOTZE,K.H. (1984): Aufbau und Entwicklung des Weltalls, V.Das Standardmodell des frühen Universums, *Die Sterne* **60**, 15-23.

[9] OLEAK,H. (1995): Hubble „mißt“ die Hubble-Konstante, *Die Sterne* **71**, 49-54.

[10] SCHÜCKER,P., HORSTMANN,H. (1987): Großräumige Strukturen im Universum, *Die Sterne* **63**, 17-26.