

Die geometrischen Grundlagen der Entfernungsdefinition im Universum

- Entfernungsmessungen sind gewöhnlich Triangulationen. Dabei gibt es zwei Gruppen: der Bezug auf eine Basis am Ort des Messenden (Vorwärtseinschneiden) und der Bezug auf eine Basis am zu bestimmenden Ort (Rückwärtseinschneiden). Bei absoluten Entfernungsbestimmungen ist die Kenntnis der wirklichen Größe des Basen nötig, bei relativen Entfernungsbestimmungen nur ihre prinzipielle Unveränderlichkeit.
- Grundverfahren der ersten Gruppe ist die trigonometrische Parallaxe. Wir errechnen einen Winkel, der die scheinbare Größe der Basis am zu bestimmenden Ort darstellt.
 - trigonometrische Parallaxe
 - Bestimmung der scheinbaren Helligkeit bei bekannter absoluter Helligkeit (Cepheiden, Supernovae, Tully-Fischer)
- Grundverfahren der zweiten Gruppe ist die Sternstromparallaxe. Wir messen am Beobachtungsort die scheinbare Größe einer entfernten Basis bekannter Ausdehnung.
 - Sternstromparallaxe, Statistische Parallaxe
 - Helligkeitsfluktuationen
 - Kellermanns Vorschlag
- Durch die Expansion des Universums unterscheiden sich beide Verfahren. Das erste vergleicht die Größe der Basis am Ort des Beobachters mit der einer Kugel um den Quellpunkt durch den Beobachtungspunkt. Deren Radius ist $a[t_{\text{Beobachtung}}]\chi$. Das zweite vergleicht die Größe der Basis am Quellpunkt mit der einer Kugel um den Beobachtungspunkt durch den Quellpunkt. Deren Radius ist $a[t_{\text{Emission}}]\chi$.
- Bei der Beurteilung der Helligkeit einer Quelle müssen sowohl die Verringerung der Photonenfrequenz als auch die Verringerung der Photonenrate einbezogen werden. Die Intensität I einer Quelle der Leistung L im expansionsreduzierten Abstand χ ist

$$I = \frac{L}{4\pi r^2[\chi] a^2[t_{\text{Beobachtung}}]} \frac{1}{(1+z)^2}, \quad (1)$$

$$\text{mit } r[\chi] = [\sin \chi, \chi, \sinh \chi] \text{ für } k = [1, 0, -1]. \quad (2)$$

- Der scheinbare Raumwinkel ω einer Quelle des physikalischen Querschnitts F im expansionsreduzierten Abstand χ ist

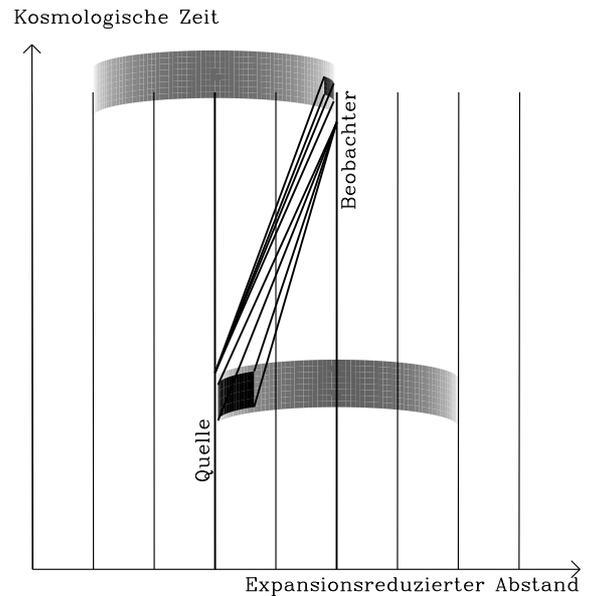
$$\omega = \frac{F}{4\pi r^2[\chi] a^2[t_{\text{Emission}}]} = \frac{F(1+z)^2}{4\pi r^2[\chi] a^2[t_{\text{Beobachtung}}]}. \quad (3)$$

- Die Flächenhelligkeit S einer Quelle fester Leistung und festen physikalischen Durchmessers hängt einfach von der Rotverschiebung ab

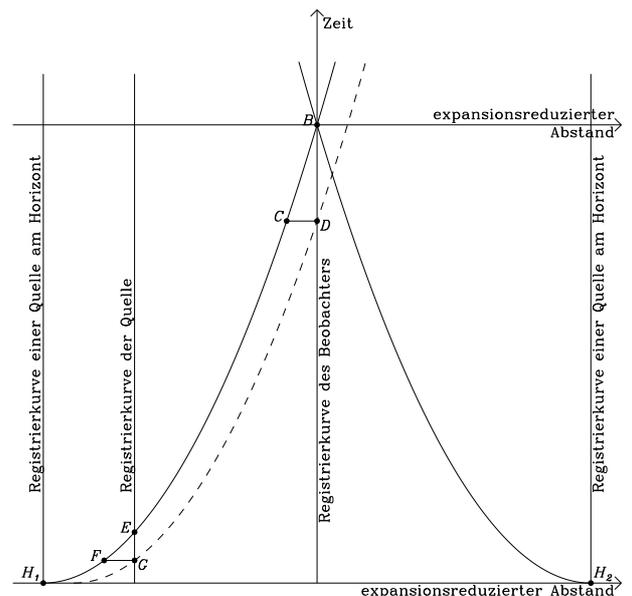
$$S = I/\omega = \frac{1}{(1+z)^4}. \quad (4)$$

- Objekte bekannter oder fester mitbewegter Größe $d\chi$ (Quasarabsorptionslinien durch Wolken oder andere Strukturen) gestatten die direkte Bestimmung der Expansionsrate über

$$\frac{dz}{d\chi} \propto h[z]. \quad (5)$$



Kosmisches Vorwärts- und Rückwärtseinschneiden. Beobachtet man die räumliche Ausdehnung der Quelle, wird sie mit der Oberfläche einer Kugel zur Zeit der Emission verglichen. Bestimmt man den Winkel, unter dem man selbst gesehen wird, muss die Basis mit der Oberfläche einer Kugel zur Zeit der Beobachtung verglichen werden. In der Abbildung erscheinen die Kugeln in expansionsreduzierten Koordinaten gleich groß, die physikalisch gleich großen Basen dagegen nehmen durch die kosmische Expansion in expansionsreduzierten Koordinaten ab.



Das beim Beobachter B ankommende Licht kommt aus einer begrenzten Entfernung ($H_1 H_2$). Die Translationsinvarianz in expansionsreduzierten Koordinaten ($CD = FG$) bewirkt die Verringerung von Photonenfrequenz und -rate ($GE < DB$)

9. Rotverschiebung z und expansionsreduzierter Abstand χ können sich gegenseitig ersetzen. Die Substitutionsregel hängt vom kosmologischen Modell ab:

$$d\chi = \frac{R_{H_0}}{a_0} \frac{dz}{h[z]}, \quad (6)$$

$$h^2[z] = \frac{H^2}{H_0^2} = \lambda - \kappa(1+z)^2 + \Omega(1+z)^3 + \omega(1+z)^4 + \dots \quad (7)$$

10. In allen Modellen mit konventionellen Materiekomponenten, insbesondere Strahlung ($\omega > 0$), konvergiert $\chi[z]$ für große z . Das ist der (Sicht-)Horizont $\chi_{\text{Sichthorizont}} = \lim_{z \rightarrow \infty} \chi[z]$

11. In allen Modellen mit positivem kosmologischem Term konvergiert $\chi[z]$ für kleine z . Das ist der Aktionshorizont $\chi_{\text{Aktionshorizont}} = \lim_{z \rightarrow 0} \chi[z]$

12. Die Hubble-Relation für den Einstein-deSitter-Kosmos ($h^2 = (1+z)^3$) ist

$$1+z = \left(1 - \frac{a_0 H_0}{2c} \chi\right)^{-2} \quad (8)$$

13. Die Substitution einer Relativgeschwindigkeit v für die Rotverschiebung z ist überflüssig, aber beliebt und historisch vergoldet. Was aber ist Relativgeschwindigkeit?

(a) Wird der Abstand naiv über $D = \chi a[t_{\text{Beobachtung}}]$ definiert, finden wir $v = a_0 H_0 \chi$. Dies impliziert für den Einstein-deSitter-Kosmos $1+z = (1 - v/(2c))^{-2}$ und die Verführung zur Frage, ob nun nicht $v > c$ für $\chi > R_{H_0}/a_0$ der Relativitätstheorie widerspricht.

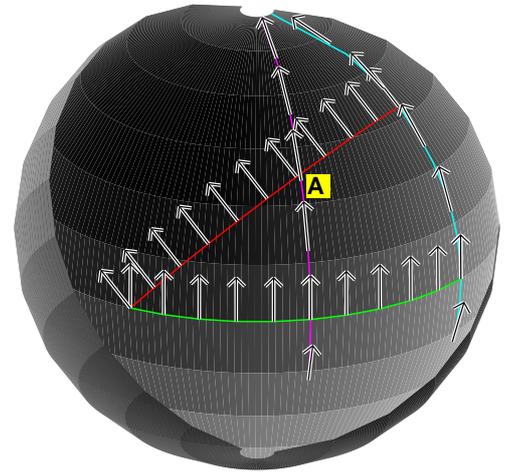
(b) Wird der Abstand über die (beobachtungsseitig unzugängliche) Lichtlaufzeit ($D = ct_{\text{Beob.}} - ct_{\text{Emission}}$) definiert, so ist generell $v/c = 1 - (1+z)^{-1}$ und damit

$$1+z = \frac{1}{1 - \frac{v}{c}}. \quad (9)$$

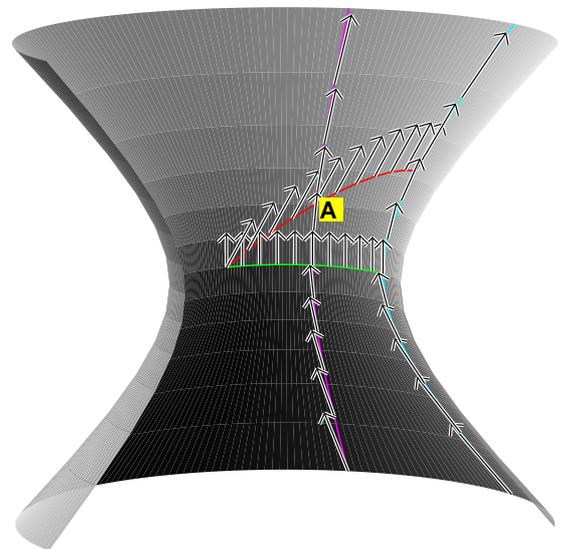
(c) Zwei Geschwindigkeiten an verschiedenen Ereignissen einer gekrümmten Welt können nicht ohne Weiteres verglichen werden. Zuerst muss ein Paralleltransport an einen gemeinsamen Ort ausgeführt werden. Erst an diesem gemeinsamen Ort kann verglichen werden. In einer gekrümmten Welt ist das Ergebnis eines Paralleltransports vom Wege abhängig. Diese Abhängigkeit definiert gerade die Krümmung. Erst wenn der (vierdimensionale) Geschwindigkeitsvektor der Quelle längs der Weltlinie des Photons parallel zum Beobachter verschoben wird, so ergibt sich eine Relativgeschwindigkeit entsprechend der richtigen Formel

$$1+z = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}}. \quad (10)$$

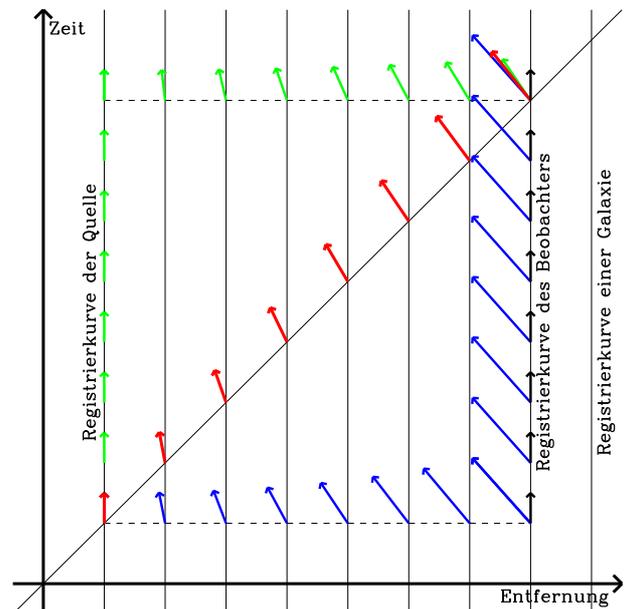
(d) Die Relativgeschwindigkeit eines expansionsfesten Ortes am Horizont ist c . Welche Relativgeschwindigkeit haben die Galaxien jenseits des Horizonts? Bei Parallelverschiebung bleibt die Norm eines Vektors erhalten. Ein zeitartiger Vektor bleibt immer zeitartig. Es gibt also keine Relativgeschwindigkeiten größer c . Der Horizont wird gerade zum Anfangszeitpunkt der Welt erreicht. Vor diesem Zeitpunkt gab es keine Zeit und keine Geschwindigkeiten. Nach diesem Zeitpunkt sind alle Relativgeschwindigkeiten kleiner c .



Auf der Kugel: Wir transportieren von A aus den Tangentialvektor an den Meridian parallel um das Geodätenviereck und finden bei A eine Drehung



Auf der Pseudokugel: Wir transportieren von A aus den Geschwindigkeitsvektor an die meridionale Weltlinie parallel um das Geodätenviereck und finden bei A eine Relativgeschwindigkeit



Drei Wege auf dem expansionsreduzierten Registrierstreifen ergeben drei verschiedene Relativgeschwindigkeiten (Beispiel deSitter-Kosmos)